



INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x - y + z = 1, \\ y - z = a, \\ x + y - z = 3a^2, \end{cases}$$

se pide:

- (2 puntos) Discutirlo según los valores de a .
- (1 punto) Resolverlo cuando sea posible.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función

$$f(x) = \frac{mx^3 - 1}{x^2},$$

se pide:

- (1 punto) Hallar el valor de m para el que f tiene un extremo relativo en $x = 1$.
- (1 punto) Obtener las asíntotas de f para el caso $m = -2$.
- (1 punto) En el caso $m = -2$, estudiar los intervalos de crecimiento de f y calcular los puntos de corte con los ejes. Esbozar la gráfica de f y sus asíntotas.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el plano $\pi \equiv 2x - y + z = 1$, se pide:

- (1 punto) Obtener las rectas que pasan por el origen de coordenadas, son paralelas al plano π y cortan al plano $z = 0$ con un ángulo de 45 grados.
- (1 punto) Hallar la ecuación de la esfera de centro el origen $O(0, 0, 0)$ que es tangente a π .

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Sean los puntos $A(2, 1, 0)$ y $B(0, 1, -4)$. Se pide:

- (1 punto) Hallar la ecuación del plano π respecto del cual A y B son simétricos.
- (1 punto) Calcular los puntos situados sobre la recta determinada por A y B que están a $\sqrt{6}$ unidades de distancia de $P(2, -1, 1)$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dados el plano $\pi \equiv 5x - 3y + 4z - 10 = 0$ y la recta

$$r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-8}{-3},$$

se pide:

- (1 punto) Hallar la distancia de la recta al plano.
- (1 punto) Hallar la proyección del punto $P(5, -2, 1)$ sobre el plano π .
- (1 punto) Hallar la proyección del punto $Q(-1, 7, 3)$ sobre la recta r .

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Sabiendo que la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{pmatrix}$$

tiene determinante igual a 10, se pide calcular justificadamente:

- (1 punto) El determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2a+b & b & c \\ 4 & 2 & 3 \\ 2x+y & y & z \end{pmatrix}$.
- (1 punto) El determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 3x & 3y & 3z \\ 1 & 2 & 3 \\ 2a & 2b & 2c \end{pmatrix}$.
- (1 punto) El determinante de la matriz $(BB^t)^3$, donde $B = \begin{pmatrix} a+2 & b+4 & c+6 \\ 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{pmatrix}$ y B^t es la matriz transpuesta de B .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Sea $f(x)$ una función con derivada continua tal que $f(0) = 1$ y $f'(0) = 2$. Se considera la función $g(x) = 2(f(x))^2$ y se pide:

- (1 punto) Hallar la recta tangente a la curva $y = g(x)$ en $x = 0$.
- (1 punto) Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{e^{-x} - 1}$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Calcular:

- (1 punto) $\int_1^{3/2} \frac{dx}{1-4x^2}$.
- (1 punto) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$, donde \ln denota logaritmo neperiano.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.

- a) Por la obtención de los valores críticos $a = 1, -1/3$: 0,5 puntos repartidos en: planteamiento, 0,25 puntos; resolución, 0,25 puntos. Por la discusión de cada uno de los tres casos $[a = 1]$, $[a = -1/3]$, $[a \neq 1, a \neq -1/3]$: 0,5 puntos, repartidos en: planteamiento, 0,25 puntos; resolución, 0,25 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Por la obtención de la derivada: 0,5 puntos. Por la obtención de m : 0,5 puntos, repartidos en 0,25 puntos por planteamiento y 0,25 puntos por resolución.
- b) Por la obtención de cada asíntota: 0,5 puntos, repartidos en 0,25 puntos por planteamiento y 0,25 puntos por resolución.
- c) Por el estudio del crecimiento: 0,5 puntos, repartidos en 0,25 puntos por planteamiento y 0,25 puntos por resolución. Por los puntos de corte con los ejes: 0,25 puntos. Por la gráfica de la función: 0,25 puntos.

Ejercicio 3.

- a) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 4.

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Justificación, 0,5 puntos. Resultado, 0,5 puntos.
- b) Justificación, 0,5 puntos. Resultado, 0,5 puntos.
- c) Justificación, 0,5 puntos. Resultado, 0,5 puntos.

Ejercicio 3.

- a) Por calcular $g(0)$: 0,25 puntos. Por calcular $g'(0)$: 0,5 puntos. Por la ecuación de la recta tangente: 0,25 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 4.

- a) Por el cálculo de la primitiva: 0,75 puntos, repartidos en: planteamiento, 0,5 puntos; resolución, 0,25 puntos. Regla de Barrow, 0,25 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.