



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

PARA LOS MAYORES DE 25 AÑOS

AÑO 2014

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES : El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni simbólicas. **Las respuestas deben estar debidamente justificadas.**

PUNTUACIÓN : La puntuación total es 10 puntos, repartidos conforme se indica en el enunciado de cada ejercicio.

TIEMPO : 1 hora y 30 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (2.5 puntos)

Dado el sistema de ecuaciones,
$$\begin{cases} x - 3y + 7z = 2 \\ 2x + y + 7z = 4 \\ x + y + mz = 0, \end{cases}$$

se pide:

- Estudiar la compatibilidad del sistema en función de los valores de m .
- Resolver el sistema para $m = 1$.

Ejercicio 2. (3 puntos)

Dados los puntos $A(1, -2, 2)$, $B(3, 0, 1)$ y $C(0, 1, -3)$ se pide,

- Hallar el área del triángulo de vértices A , B y C .
- Obtener la ecuación del plano π que contiene a los tres puntos.
- Obtener la ecuación de la recta que pasa por A y es paralela al vector \overrightarrow{BC} .

Ejercicio 3. (2.5 puntos)

- Hallar la ecuación de la recta tangente a la parábola $y = -x^2 + 5x - 3$ en el punto de abscisa $x = 1$.
- Hallar el área de la región limitada por la parábola y la recta que la corta perpendicularmente en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 4. (2 puntos)

Sea A matriz cuadrada de orden 2 con determinante distinto de cero. Se define una nueva matriz $B = A + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} A$.

- Determinar, de manera razonada, si la matriz B tiene, o no tiene, matriz inversa.
- Determinar la matriz A , sabiendo que $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$,

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (2.5 puntos)

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 0 & a & 1 \\ 2 & -1 & a \end{pmatrix}$,

se pide:

- Determinar el rango de A en función de los valores de a .
- Hallar la matriz inversa de A , en el caso $a = -1$.

Ejercicio 2. (2.5 puntos)

Dados el punto $P(1,1,-2)$, el plano $\pi \equiv 2x - y + z + 1 = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 2 \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

se pide,

- Determinar la ecuación del plano que pasa por P , es paralelo a la recta r y perpendicular al plano π .
- Hallar la distancia del punto P al plano π .

Ejercicio 3. (2 puntos)

- Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - \cos 2x + x}{x^2}$
- Calcular $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-5)(x+3)}{(x-2)(-3x+1)}$

Ejercicio 4. (3 puntos)

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} a - e^x, & \text{si } x < 0 \\ bx - a, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

Donde a y b son constantes. Se pide,

- Justificar de manera razonada que la función $f(x)$ es continua y derivable para todo valor $x \neq 0$.
- Calcular los valores de a y b , para los que la función $f(x)$ es continua y derivable en $x = 0$.
- ¿Cuáles son los valores de a y b , sabiendo que la función es continua en \mathbf{R} , y que $\int_0^4 f(x)dx = 6$?

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN
MATEMÁTICAS II

Opción A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima 2'5 puntos)

Un punto y medio para el primer apartado y un punto para el segundo.

En el primer apartado se obtendrá la calificación máxima si los resultados son correctos, al margen del método utilizado, ya sea por triangulación de Gauss (sin usar el concepto de rango) o ya sea estudiando el rango de las matrices.

En el segundo apartado sirve cualquier método, incluso un método de sustituciones sucesivas.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima 3 puntos)

Un punto por cada apartado.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima 2'5 puntos)

Mismo valor a cada apartado.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima 2 puntos)

Un punto por cada apartado.

Opción B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima 2'5 puntos)

Un punto y medio para el primer apartado y un punto para el segundo.

En el primer apartado se obtendrá la calificación máxima tanto si se utiliza el método de Gauss o se usan determinantes.

En el segundo apartado sirve cualquier método.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima 2'5 puntos)

Mismo valor a cada apartado.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima 2 puntos)

Un punto por cada límite.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima 3 puntos)

Un punto por cada apartado.