



**QUANTUM
FIELD
THEORY**

&

**CURVED
SPACETIME**

Alberto García Martín-Caro

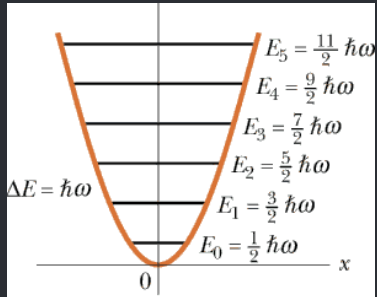
Club de Óptica Cuántica UCM

TEORÍA CUÁNTICA

- Observables $\rightarrow \hat{H}$
- Estados $\rightarrow |\psi\rangle$
- Evolución (Heisenberg):
$$\frac{d}{dt}\hat{O}(t) = i[\hat{H}, \hat{O}(t)]$$

TEORÍA CUÁNTICA

- Observables $\rightarrow \hat{H}$
- Estados $\rightarrow |\psi\rangle$
- Evolución (Heisenberg):
$$\frac{d}{dt}\hat{O}(t) = i[\hat{H}, \hat{O}(t)]$$



Ejemplo: El oscilador armónico

- Cuantización del espectro de $\hat{H} \rightarrow$ niveles de energía discretos: **cuantos de energía** $E_n = n\omega\hbar$.
- Álgebra de operadores **creación y destrucción**:
Estado fundamental: $|0\rangle \rightarrow \hat{a}^\dagger |0\rangle \propto |1\rangle \quad \hat{a} |0\rangle = 0$

TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS

Mecánica cuántica + Relatividad Especial

- Observables $\rightarrow \hat{\Phi}(t, x)$
- Estados $\rightarrow |\phi\rangle \sim \#$ “cuantos” del campo
- Evolución (Klein-Gordon): $(\partial_t^2 - \partial_x^2)\hat{\phi} + m^2\hat{\phi} = 0$

TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS

Mecánica cuántica + Relatividad Especial

- Observables $\rightarrow \hat{\Phi}(t, x)$
- Estados $\rightarrow |\phi\rangle \sim \#$ “cuantos” del campo
- Evolución (Klein-Gordon): $(\partial_t^2 - \partial_x^2)\hat{\phi} + m^2\hat{\phi} = 0$

Base de soluciones (modos): **ondas planas** $e^{i[\omega t - kx]}$.

Los modos se desacoplan, cada uno como un oscilador armónico (!).

TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS

Mecánica cuántica + Relatividad Especial

- Observables $\rightarrow \hat{\Phi}(t, x)$
- Estados $\rightarrow |\phi\rangle \sim \#$ “cuantos” del campo
- Evolución (Klein-Gordon): $(\partial_t^2 - \partial_x^2)\hat{\phi} + m^2\hat{\phi} = 0$

Base de soluciones (modos): **ondas planas** $e^{i[\omega t - kx]}$.

Los modos se desacoplan, cada uno como un oscilador armónico (!).

Estado de vacío y partículas

- Cada modo se cuantiza como un oscilador: $\hat{a}_k^\dagger, \hat{a}_k$
- El **vacío** $|0\rangle$ es aniquilado por todos los \hat{a}_k .
- Las **partículas** son excitaciones del campo. El estado de una partícula con momento k es $\propto \hat{a}_k^\dagger |0\rangle$

TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS

Mecánica cuántica + Relatividad especial

Principio de Relatividad Especial

Las leyes fundamentales de la Física tienen la misma forma en cualquier sistema de referencia **inercial**.

TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS

Mecánica cuántica + Relatividad especial

Principio de Relatividad Especial

Las leyes fundamentales de la Física tienen la misma forma en cualquier sistema de referencia **inercial**.

- La cuantización es compatible con este principio: la ecuación del movimiento y los modos son invariantes Poincaré.

TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS

Mecánica cuántica + Relatividad especial

Principio de Relatividad Especial

Las leyes fundamentales de la Física tienen la misma forma en cualquier sistema de referencia **inercial**.

- La cuantización es compatible con este principio: la ecuación del movimiento y los modos son invariantes Poincaré.
- Por tanto, el estado de vacío y los estados de partículas son invariantes.

TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS

Mecánica cuántica + Relatividad especial

Principio de Relatividad Especial

Las leyes fundamentales de la Física tienen la misma forma en cualquier sistema de referencia **inercial**.

- La cuantización es compatible con este principio: la ecuación del movimiento y los modos son invariantes Poincaré.
- Por tanto, el estado de vacío y los estados de partículas son invariantes.
- Por tanto, todos los observadores inerciales describen el vacío del campo y sus estados excitados (partículas) de la misma manera.

SDR NO INERCIALES?

Coordenadas de Rindler: aceleración propia uniforme.

- Trayectoria
(Minkowski):

$$t = a^{-1} \sinh(a\tau)$$

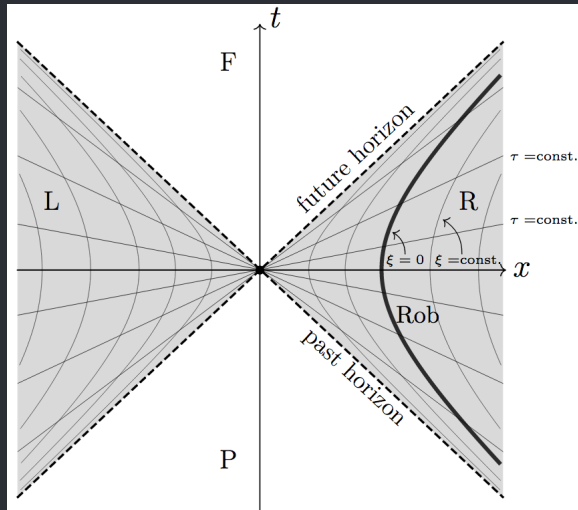
$$x = a^{-1} \cosh(a\tau)$$

- Coordenadas
(Rindler):

$$t = \frac{e^{a\xi}}{a} \sinh(a\tau)$$

$$x = \frac{e^{a\xi}}{a} \cosh(a\tau)$$

- Horizontes



TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS

En el espaciotiempo de RINDLER

- Observables $\rightarrow \hat{\Phi}(\tau, \xi)$
- Estados $\rightarrow |\phi\rangle \sim \#$ “cuantos” del campo
- Evolución (Klein-Gordon en Rindler): $(\partial_\tau^2 - \partial_\xi^2)\hat{\phi} = 0$

Base de soluciones: modos de **Rindler**: $e^{i\omega(\tau+\xi)}$.

Los modos de **Rindler** **NO** son ondas planas en **Minkowski** ...

TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS

En el espaciotiempo de RINDLER

- Observables $\rightarrow \hat{\Phi}(\tau, \xi)$
- Estados $\rightarrow |\phi\rangle \sim \#$ “cuantos” del campo
- Evolución (Klein-Gordon en Rindler): $(\partial_\tau^2 - \partial_\xi^2)\hat{\phi} = 0$

Base de soluciones: modos de **Rindler**: $e^{i\omega(\tau+\xi)}$.

Los modos de **Rindler** NO son ondas planas en **Minkowski** ...

Estado de vacío y partículas: No equivalencia de cuantizaciones

- El vacío de **Minkowski** $|0\rangle_M$ NO es equivalente al de **Rindler** $|0\rangle_R$
- $|0\rangle_M$ no contiene partículas de **Minkowski**, pero SÍ de **Rindler**. (!)
- De hecho, un observador **Rindler** observa un espectro térmico en el vacío de **Minkowski**, con $T \propto a$.



THE UNRUH EFFECT

ESPACIOTIEMPO CURVO

Relatividad General

Principio de Relatividad General (Covariancia)

Las leyes fundamentales de la Física tienen la misma forma en cualquier sistema de referencia.

Principio de Equivalencia

Las propiedades de un SDR no inercial son las mismas que las de un SDR inercial cuando existe un cierto campo gravitatorio (localmente).

ESPACIOTIEMPO CURVO

Relatividad General

Principio de Relatividad General (Covariancia)

Las leyes fundamentales de la Física tienen la misma forma en cualquier sistema de referencia.

Principio de Equivalencia

Las propiedades de un SDR no inercial son las mismas que las de un SDR inercial cuando existe un cierto campo gravitatorio (localmente).

Ecuaciones de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}$$

CAMPOS CUÁNTICOS Y ESPACIOTIEMPO CURVO

Ecuaciones de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}$$

Curvatura del espaciotiempo \leftrightarrow distribución de materia

CAMPOS CUÁNTICOS Y ESPACIOTIEMPO CURVO

Ecuaciones de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}$$

Curvatura del espaciotiempo \leftrightarrow distribución de materia

CAMPOS CUÁNTICOS + RELATIVIDAD GENERAL?

- Los conceptos de estado de vacío y de partícula dependen del SDR \rightarrow No son elementos fundamentales de la teoría!

CAMPOS CUÁNTICOS Y ESPACIOTIEMPO CURVO

Ecuaciones de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}$$

Curvatura del espaciotiempo \leftrightarrow distribución de materia

CAMPOS CUÁNTICOS + RELATIVIDAD GENERAL?

- Los conceptos de estado de vacío y de partícula dependen del SDR \rightarrow No son elementos fundamentales de la teoría!
- Efectos de la curvatura sobre el campo cuántico ✓

CAMPOS CUÁNTICOS Y ESPACIOTIEMPO CURVO

Ecuaciones de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}$$

Curvatura del espaciotiempo \leftrightarrow distribución de materia

CAMPOS CUÁNTICOS + RELATIVIDAD GENERAL?

- Los conceptos de estado de vacío y de partícula dependen del SDR \rightarrow No son elementos fundamentales de la teoría!
- Efectos de la curvatura sobre el campo cuántico ✓
- Efecto del campo sobre la curvatura del espaciotiempo (backreaction) ✗

EJEMPLO: CREACIÓN DE PARTÍCULAS

EJEMPLO: CREACIÓN DE PARTÍCULAS

- Espaciotiempo no estático, pero asintóticamente plano (Minkowski) en el pasado y el futuro (por ejemplo, un período de expansión).

EJEMPLO: CREACIÓN DE PARTÍCULAS

- Espaciotiempo no estático, pero asintóticamente plano (**Minkowski**) en el pasado y el futuro (por ejemplo, un período de expansión).
- Elección de modos para cuantizar el campo:
 - ϕ_n^{in} modos de Minkowski en el pasado asintótico.
 - ϕ_n^{out} modos de Minkowski en el futuro asintótico.

EJEMPLO: CREACIÓN DE PARTÍCULAS

- Espaciotiempo no estático, pero asintóticamente plano (**Minkowski**) en el pasado y el futuro (por ejemplo, un período de expansión).
- Elección de modos para cuantizar el campo:
 - ϕ_n^{in} modos de Minkowski en el pasado asintótico.
 - ϕ_n^{out} modos de Minkowski en el futuro asintótico.
- En general, tras la evolución los modos ϕ_n^{in} son combinaciones de los modos ϕ_n^{out} (Bogoliubov).

EJEMPLO: CREACIÓN DE PARTÍCULAS

- Espaciotiempo no estático, pero asintóticamente plano (**Minkowski**) en el pasado y el futuro (por ejemplo, un período de expansión).
- Elección de modos para cuantizar el campo:
 - ϕ_n^{in} modos de Minkowski en el pasado asintótico.
 - ϕ_n^{out} modos de Minkowski en el futuro asintótico.
- En general, tras la evolución los modos ϕ_n^{in} son combinaciones de los modos ϕ_n^{out} (Bogoliubov).

Al cuantizar, esto equivale $|0\rangle_{in} \neq |0\rangle_{out}$

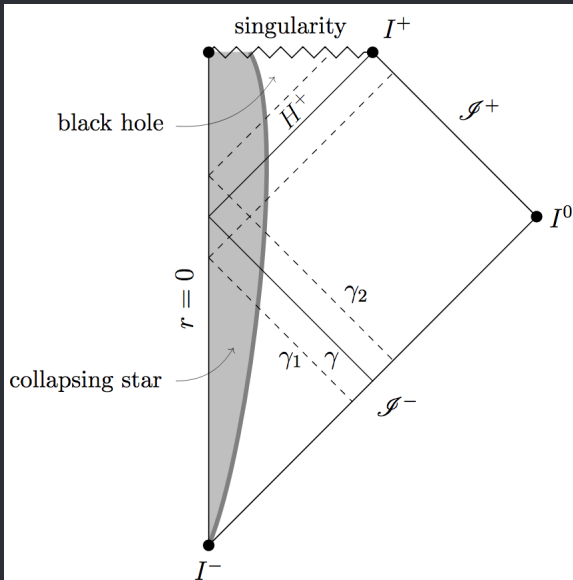
El estado de vacío no ha evolucionado, sino la propia noción de partícula.



HAWKING RADIATION



RADIACIÓN HAWKING: COLAPSO GRAVITACIONAL



RADIACIÓN HAWKING

Temperatura de Hawking:

$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi GMk_B}$$

RADIACIÓN HAWKING

Temperatura de Hawking:

$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi GMk_B}$$

- Argumento válido para agujeros negros eternos.

RADIACIÓN HAWKING

Temperatura de Hawking:

$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi GMk_B}$$

- Argumento válido para agujeros negros eternos.
- El estado final no depende de las características del colapso, sino de la **estructura del espaciotiempo** (horizontes)

RADIACIÓN HAWKING

Temperatura de Hawking:

$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi GMk_B}$$

- Argumento válido para agujeros negros eternos.
- El estado final no depende de las características del colapso, sino de la **estructura del espaciotiempo** (horizontes)
- Estado inicial puro: correlaciones entre modos que escapan y los que llegan a la singularidad → Estado térmico.

Y QUÉ MÁS?

- **Backreaction:** Evaporación de agujeros negros.
- ¿Qué pasa con la información cuántica en un agujero negro que se evapora?
- Termodinámica de agujeros negros: Entropía de Bekenstein, Holografía...

Referencias

Imágenes:

- Su, D. (2017). Quantum effects in non-inertial frames and curved spacetimes. (Phd Thesis)—Además, tiene una buena introducción a la teoría cuántica de campos en espaciotiempo curvo.
- PBS SPACE TIME (canal de youtube).

Para profundizar:

- Birrell ND, Davies PC. *Quantum fields in curved space*. Cambridge university press; 1984.
- Fabbri A, Navarro-Salas J. *Modeling black hole evaporation*. World Scientific; 2005.

GRACIAS