



# Curso Académico 2020-21

## GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES

### Ficha Docente

#### ASIGNATURA

Nombre de asignatura (Código GeA): GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES (900476)

Créditos: 7,5

Créditos presenciales: 3,00

Créditos no presenciales: 2,50

Semestre: 6

#### PLAN/ES DONDE SE IMPARTE

Titulación: DOBLE GRADO EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

Plan: DOBLE GRADO EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA (2019)

Curso: 3      Ciclo: 1

Carácter: Obligatoria

Duración/es: Segundo cuatrimestre (actas en Jun. y Jul.)

Idioma/s en que se imparte:

Módulo/Materia: /

#### PROFESOR COORDINADOR

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
CAMPOAMOR STURBERG, OTTO-RUDWIG	Álgebra, Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	rutwig@ucm.es	

#### PROFESORADO

Nombre	Departamento	Centro	Correo electrónico	Teléfono
RODRIGUEZ SANJURJO, JOSE MANUEL	Álgebra, Geometría y Topología	Facultad de Ciencias Matemáticas	sanjurjo@ucm.es	

#### SINOPSIS

##### BREVE DESCRIPTOR:

Se inicia al estudiante en la geometría diferencial de curvas y superficies en el espacio euclideo tridimensional.

##### REQUISITOS:

- Análisis real en varias variables
- Geometría y álgebra lineal.
- Topología general

##### OBJETIVOS:

- Resolver el problema de clasificación geométrica de curvas por movimientos, usando el método de la referencia móvil de Frenet.
- Estudio geométrico local de las superficies en espacio euclideo tridimensional.
- Destacar el concepto de propiedad geométrica intrínseca.

##### COMPETENCIAS:

###### Generales

- Estrategias para la resolución de problemas.
- Distinguir los problemas de los ejercicios.
- Aprender a respetar las reglas del rigor matemático tanto en el estudio de los aspectos teóricos, como en la formalización de las respuestas a ejercicios y problemas planteados.
- Desarrollar la capacidad de autocritica, reconociendo aquellos aspectos que necesitan mayor nivel de comprensión para avanzar en el propio proceso de aprendizaje

###### Transversales:

###### Específicas:

- Apreciar la diferencia entre curva parametrizada, y curva.
- Destreza en el cálculo de curvaturas.



# Curso Académico 2020-21

## GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES

### Ficha Docente

- Entender porqué las curvaturas determinan un sistema completo de invariantes para la clasificación de curvas por congruencia.
- Comprender el concepto de superficie y relacionar las distintas definiciones equivalentes.
- Aprender la diferencia entre superficie parametrizada y superficie.
- Saber usar coordenadas locales para resolver problemas geométricos.

Otras:

#### CONTENIDOS TEMÁTICOS:

1. Teoría local de curvas en el plano y el espacio euclídeo. Curvas planas. Definiciones básicas. Curvas regulares. Cambio de parámetro. Parametrización por longitud de arco. Diedro de Frenet: Curvatura. Curvas congruentes. Teorema fundamental de congruencia. Centro de curvatura Evolutas envolventes. Curvas en el espacio. Triedro de Frenet. Fórmulas de Frenet: Curvatura y Torsión. Teorema fundamental de congruencia.
2. Teoría local de superficies. Superficies regulares. Representación local paramétrica e implícita. Cambios de coordenadas. El plano tangente en un punto. Primera forma fundamental. Cálculo integral en recintos pequeños. funciones diferenciables entre superficies. Diferencial de una función. Curvatura normal: Teorema de Meusnier. Segunda forma fundamental. Aplicación de Gauss-Weingarten. Curvaturas y direcciones principales. Líneas de curvatura. Curvatura de Gauss. Indicatriz de Dupin. Direcciones asintóticas. Líneas asintóticas. Curvatura geodésica. Definición extrínseca de geodésica.
3. Geometría intrínseca local de superficies. Isometrías. Superficies homeomorfas, difeomorfas, isométricas y congruentes. Carácter intrínseco. Símbolos de Christoffel. Ecuaciones diferenciales de las geodésicas: Carácter intrínseco. Teorema Egregium de Gauss. Ecuaciones de compatibilidad. Derivación intrínseca de campos tangentes a la superficie a lo largo de curvas. Derivación general intrínseca. Transporte paralelo. Carácter intrínseco de la curvatura geodésica. . Sistemas especiales de coordenadas. .
4. Geometría global de superficies. Enunciado del Teorema fundamental de congruencia. Teorema de Gauss para triángulos geodésicos pequeños. Enunciado del Teorema de Gauss-Bonnet..

#### ACTIVIDADES DOCENTES:

##### Clases teóricas:

Tres sesiones académicas teóricas semanales

##### Seminarios:

##### Clases prácticas:

A medida que se vaya desarrollando el temario, se entregarán listas de problemas. Habrá dos sesiones académicas semanales de problemas, una de ellas se dedicará a la resolución de algunos de los problemas planteados, la otra tendrá carácter de seminario y en ella los alumnos, además de poder plantear cuantas dudas deseen, podrán salir a resolver los problemas

##### Trabajos de campo:

##### Prácticas clínicas:

##### Laboratorios:

##### Exposiciones:

##### Presentaciones:

##### Otras actividades:

##### TOTAL:

##### EVALUACIÓN:

Habrá un examen final obligatorio y evaluación continua voluntaria, que se realizará mediante alguno de los procedimientos siguientes: Resolución de problemas, exposiciones, participación activa en las clases o pruebas de control, según criterio del profesor.

La calificación de la evaluación continua constituirá, al menos, el 20% de la nota final para aquellos alumnos que deseen someterse a la misma.

##### BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:

Manfredo P. Do Carmo Geometría Diferencial de Curvas y Superficies. Alianza Universidad Textos (1990).

J.M. Rodríguez Sanjurjo, J.M. Ruiz Sancho. Introducción a la Geometría diferencial I. Curvas Ed. Sanz y Torres (2012)

A. F. Costa, J. M. Gamboa, Ejercicios de Geometría diferencial de curvas y superficies. Ed. Sanz y Torres (1998).



# Curso Académico 2020-21

## GEOMETRÍA DIFERENCIAL DE CURVAS Y SUPERFICIES

### Ficha Docente

Ángel Miguel Amores. Curso Básico de Curvas y Superficies. Ed. Sanz y Torres (2001)

Enrique Outerelo y José M. Sánchez Abril. Geometría Diferencial Elemental de Curvas y Superficies. Ed. Sanz y Torres (2009)

Javier Lafuente. 45 sesiones de Geometría diferencial de curvas y superficies. Publicación interna del Departamento de Geometría y Topología. (2014)  
<http://www.mat.ucm.es/~jlafuent/own/Manuales/Varietades/cyslc.pdf>.

Eduardo Aguirre. Geometría Diferencial de Curvas y Superficies. Publicación interna del Departamento de Geometría y Topología.  
<http://www.mat.ucm.es/~edaguirr/>

Antonio Valdés. Notas de Geometría Diferencial con Aplicaciones. Publicación interna del Departamento de Geometría Y Topología. [www.mat.ucm.es/~avaldes/notas.pdf](http://www.mat.ucm.es/~avaldes/notas.pdf)

#### **OTRA INFORMACIÓN RELEVANTE**

Los alumnos dispondrán de material docente en el Campus Virtual.