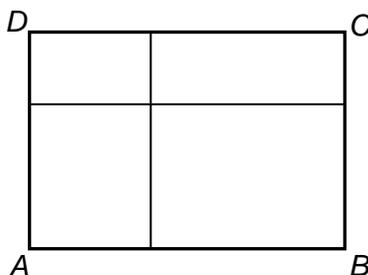


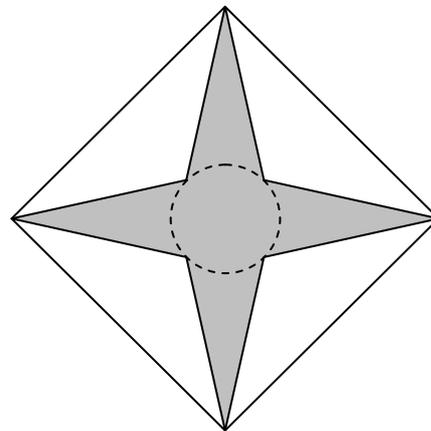
PRUEBA POR EQUIPOS 1º y 2º de E.S.O. (45 minutos)

1. Si x e y representan cifras distintas de cero, encuentra todos los números de siete cifras de la forma $yxxyxyxy$ divisibles por 18 y que verifican que el número formado por las cinco cifras centrales, es decir, el $xyxyx$ es divisible por 3.
2. Encuentra el número de tres cifras $N = [abc]$, $a \neq 0$, tal que dicho número N sea igual a $b \cdot (10c + b)$ y tanto b como $(10c + b)$ sean números primos.
3. El rectángulo $ABCD$ está dividido en cuatro rectángulos como muestra la figura. Los perímetros de tres de estos rectángulos son 11, 16 y 19 cm y el cuarto no es ni el de mayor ni el de menor perímetro de los cuatro. ¿Cuál es el perímetro del rectángulo $ABCD$?

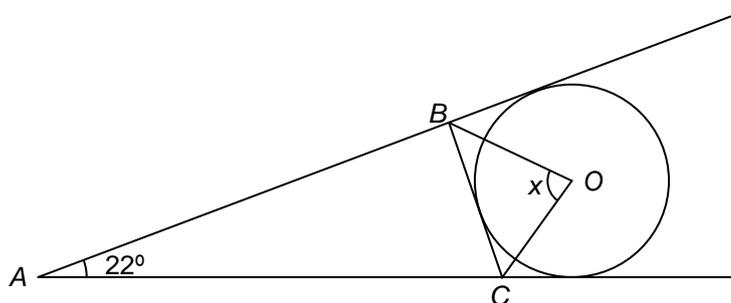


PRUEBA POR EQUIPOS 3º y 4º de E.S.O. (45 minutos)

1. La figura adjunta muestra una estrella simétrica de cuatro puntas. Las cuatro puntas de la estrella son los vértices de un cuadrado de 24 cm de lado y los otros cuatro vértices de la estrella están en una circunferencia. Si el área de la estrella (sombreada) es un tercio del área del cuadrado, calcula el radio de la circunferencia.



2. Halla un número de tres cifras, $N = [abc]$, tal que al multiplicarlo por 3 y sumarle 1, resulte el número leído al revés, es decir, $3N + 1 = [cba]$.
3. En la figura se observa un triángulo ABC y una circunferencia de centro O tangente al lado BC y a las prolongaciones de los lados AB y AC de dicho triángulo. Si el ángulo $\hat{B}AC$ es de 22° , calcula la medida del ángulo $x = \hat{B}OC$.



PRUEBA POR EQUIPOS Bachillerato. (45 minutos)

1. La circunferencia inscrita a un triángulo rectángulo toca a la hipotenusa en un punto P . Este punto divide a la hipotenusa en dos segmentos de longitudes a y b . Calcula, en términos de a y b , el área de dicho triángulo.
2. Si a y b son números mayores que 1, con $a < b$, encuentra el menor valor de b para que no haya ningún triángulo de lados 1, a y b ni de lados $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{a}$ y 1.
3. Antonio, Beatriz y Carolina juegan seis partidas de un determinado juego en el que en cada partida solo puede haber un ganador. Si la probabilidad de que gane Antonio en cada partida es $\frac{1}{2}$ y la probabilidad de que gane Beatriz es doble de la que gane Carolina, calcula la probabilidad de que Antonio gane 3 partidas, Beatriz 2 y Carolina 1.

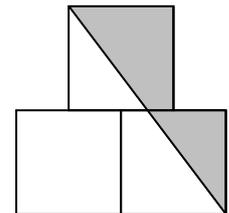
XIV Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

22 de noviembre de 2014

PRUEBA INDIVIDUAL 1º y 2º de E.S.O. (90 minutos)

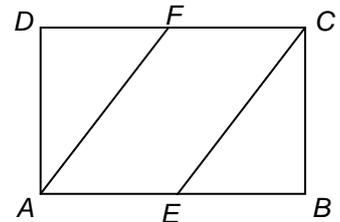
1. En un concurso de problemas participaron solamente estudiantes de 1º, 2º y 3º de la ESO. El cociente entre el número de participantes de 3º y de 1º fue de $\frac{5}{3}$, el cociente entre el número de participantes de 3º y de 2º fue de $\frac{8}{5}$. ¿Cuántos estudiantes, como mínimo, participaron en dicho concurso?

2. En la figura adjunta se observan tres cuadrados iguales estando el de arriba justo en medio de los otros dos. Calcula el cociente entre el área de la región sombreada y la suma de las áreas de los tres cuadrados.



3. Cuando dividimos 113744 y 109417 entre el número de tres cifras N , obtenemos de restos 119 y 292, respectivamente. Calcula el número N .

4. En el rectángulo $ABCD$ de la figura, de dimensiones 40 y 30 cm, hemos dibujado el paralelogramo $AECF$ en el que los lados AF y EC son perpendiculares a la diagonal BD de dicho rectángulo. Calcula el área del paralelogramo $AECF$.



5. Escribe todas las parejas de enteros positivos, x e y , tales que $x^2 \cdot y^3 = 6^{12}$.

XIV Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

22 de noviembre de 2014

PRUEBA INDIVIDUAL 3º y 4º de E.S.O. (90 minutos)

1. ¿Cuántas parejas de capicúas de tres cifras verifican que su suma es un capicúa de cuatro cifras?
(Por ejemplo, 232 y 989 sería una de ellas ya que $232 + 989 = 1221$).
2. En un sistema de coordenadas dibujamos un cuadrado de vértices $A(a, 0)$, $B(b, 1)$, $C(c, 5)$ y $D(d, 4)$.
Calcula su área.
3. ¿Cuántos números de cuatro cifras verifican que el producto de ellas es 60?
4. En el rectángulo $ABCD$, con $AB = 20$ y $BC = 10$ marcamos un punto E en el lado CD de manera que el ángulo \widehat{CBE} sea de 15° . Calcula la longitud del segmento AE .
5. Los números positivos p , q y r verifican que $pq + pr = 80$ y $pq + qr = 425$. Calcula $p + q + r$.

XIV Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

22 de noviembre de 2014

PRUEBA INDIVIDUAL Bachillerato (90 minutos)

1. En el triángulo equilátero de lado $2014\sqrt{3}$ se traza la circunferencia inscrita. Calcula el diámetro del mayor de los círculos que cabe en una de las regiones comprendidas entre dicho triángulo y la circunferencia inscrita.
2. ¿Cuántas fracciones positivas, menores que 1, verifican que al escribirlas en forma irreducible resulta que la suma del numerador y del denominador es 1000?
3. Calcula el número de enteros positivos x que verifican que $\lg_{10}(x-40) + \lg_{10}(60-x) < 2$.
4. Alicia puede pintar, ella sola, una habitación en 15 horas, Beatriz es el 50 % más rápida que Alicia pintando y Carlos es el doble de rápido que Alicia. Empieza Alicia a pintar la habitación, al cabo de una hora y media se le suma Beatriz y, cuando llevan pintada la mitad de la habitación, entra Carlos y la ayuda hasta que entre los tres terminan de pintar la habitación. ¿Cuánto tiempo transcurrió desde que empezó Alicia hasta que terminaron de pintar la habitación?
5. Si a , b , c y d son enteros positivos que suman 63, calcula el máximo valor para $ab + bc + cd$.

PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)**1º y 2º de ESO.-**

1A.- Calcula el valor de la cifra A si el número de cinco cifras $12A3B$ es divisible por 4 y por 9 y A es distinta de B .

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

1B.- Sea "T" la respuesta del problema 2B

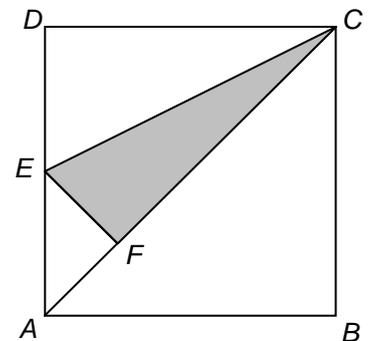
Si a, b, c y d representan enteros positivos diferentes, con $a + b + 2c = 9$ y $a + c + d = 10$, calcula el valor de d sabiendo que $b = \frac{T}{4}$.

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

1C.- Sea "T" la respuesta del problema 2C.

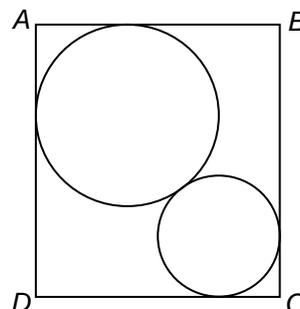
En el cuadrado $ABCD$ de la figura de lado $\frac{T}{50}$, E es el punto medio del lado AD y EF es perpendicular a la diagonal AC . Calcula el área del triángulo EFC .

(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)



PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)**3º y 4º de ESO.-**

- 2A.-** Sea "T" la respuesta del problema 3A y r la suma de las cifras de T.
En el interior del rectángulo $ABCD$ de la figura, con $AB = 27$ y $AD = 24$, hay dos circunferencias tangentes entre sí y a los lados del rectángulo, como muestra la figura. Si el radio de la pequeña es r , calcula el radio de la mayor.
(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)



- 2B.-** En una recta marcamos, de izquierda a derecha, los puntos A, B, C, D y E en ese orden.

Si $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{3}$, $\frac{BC}{CD} = \frac{1}{4}$ y $\frac{CD}{DE} = \frac{1}{2}$, calcula el numerador de la fracción irreducible $\frac{AC}{BE}$.

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º- 2º de ESO)

- 2C.-** Sea "T" la respuesta del problema 3C.

El ángulo formado por la mediana CM y la hipotenusa, AB , del triángulo rectángulo ABC es de 30° . Si la altura CH es $\sqrt[4]{T}$, calcula el área de dicho triángulo.

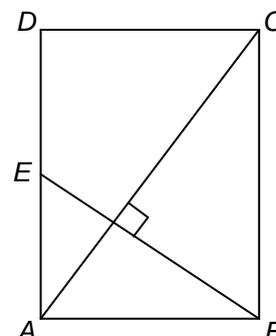
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º- 2º de ESO)

PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)**Bachillerato.-**

3A.- Sea "T" la respuesta del problema 1A.

En el rectángulo $ABCD$ de la figura, $AB = 100T$ y E es el punto medio de AD . Si las rectas AC y BE son perpendiculares, calcula el mayor entero menor que AD .

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º- 4º de ESO)



3B.- Sea "T" la respuesta del problema 1B.

Las gráficas de las funciones $y = 3(x-h)^2 + j$; $y = (T-3)(x-h)^2 + k$ cortan al eje de ordenadas en los puntos $(0, 2013)$ y $(0, 2014)$, respectivamente. Si ambas funciones tienen dos raíces enteras, calcula h .

(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)

3C.- A partir de una determina fecha, el número de habitantes de una ciudad crece en 1200 personas y, al año siguiente, decrece en un 11 %, teniendo entonces 32 habitantes menos que al principio. Calcula la población inicial de la ciudad.

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º- 4º de ESO)