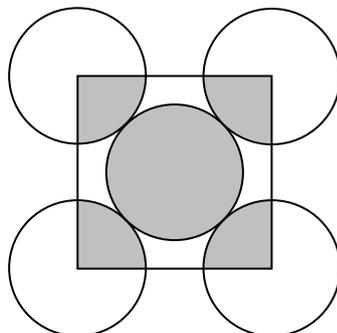


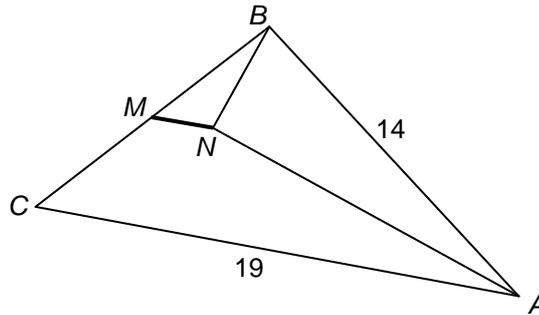
PRUEBA POR EQUIPOS 1º y 2º de E.S.O. (45 minutos)

1. Antonio escribe en la pizarra un número N de cinco cifras. Marta copia el número de Antonio y le añade un 1 a la derecha y obtiene un número de seis cifras. Elena toma también el número de Antonio y le añade un 1 a la izquierda, obteniendo otro número de seis cifras. Si resulta que el número que escribió Marta es el triple del que escribió Elena, ¿cuál era el número N que escribió Antonio?
2. Encuentra todos los números enteros positivos " a ", menores que 25, tales que $a \cdot (a + 1) \cdot (a + 2)$ sea múltiplo de 84.
3. Los cinco círculos de la figura tienen el mismo radio y se tocan como puedes observar. Los vértices del cuadrado son los centros de los cuatro círculos exteriores. ¿Cuál es el cociente entre el área de la zona sombreada y el área de la zona no sombreada ocupada por los cinco círculos?

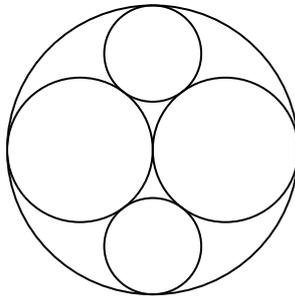


PRUEBA POR EQUIPOS 3º y 4º de E.S.O. (45 minutos)

1. En el triángulo ABC de la figura, M es el punto medio del lado BC , AN es bisectriz del ángulo \hat{A} y BN es perpendicular a AN . Si los lados AB y AC miden 14 y 19, respectivamente, calcula la longitud de NM .



2. Si $16^x - 16^y = 192$ y $4^x - 4^y = 8$, calcula el par (x, y) .
3. En el dibujo de la figura hay cinco circunferencias: 2 pequeñas iguales, 2 medianas también iguales y una grande. Las dos medianas son tangentes entre sí, las dos pequeñas son tangentes a las medianas y la grande es tangente a las otras cuatro. Calcula el cociente entre el radio de las pequeñas y el radio de la grande.



XI Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

19 de noviembre de 2011

PRUEBA POR EQUIPOS Bachillerato. (45 minutos)

1. Calcula la siguiente suma de 2011 sumandos en los que únicamente se utiliza la cifra 7. Cada sumando tiene una cifra más que el anterior.

$$7 + 77 + 777 + 7777 + 77777 + \dots + 777\dots7$$

2. Completa este cuadro colocando en cada cuadrícula el dígito adecuado.
(Todas las respuestas son números de 3 cifras, por lo que no pueden empezar por cero)

Horizontales:

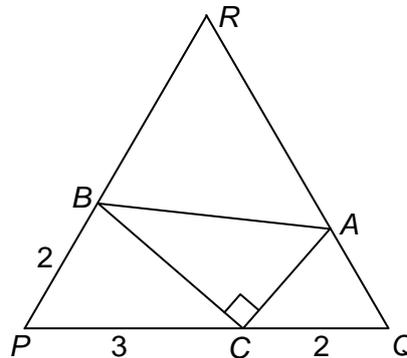
- Múltiplo de 8.
- Factorial de cierto número.
- Producto de primos consecutivos.

Verticales:

- Múltiplo de 11.
- Potencia de 2. (2^n en donde n es un entero positivo).
- Múltiplo de 11.

	A	B	C
1			
2			
3			

3. El triángulo rectángulo ABC , de hipotenusa AB , está inscrito en el triángulo equilátero PQR , como se muestra en la figura. Si $PC = 3$, $BP = CQ = 2$, calcula AQ .



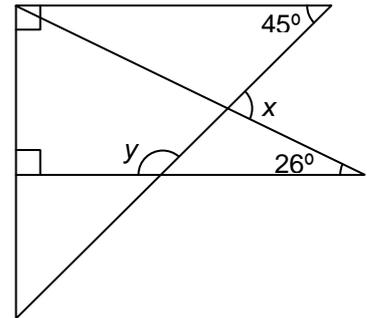
XI Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

19 de noviembre de 2011

PRUEBA INDIVIDUAL 1º y 2º de E.S.O. (90 minutos)

1. En mi colegio hay un/a estudiante que se llama Yik. Deduce, de las siguientes pistas, si Yik es un chico o una chica.
Si Yik es un chico entonces es más joven que Joaquín.
Si Yik tiene 13 años entonces es una chica.
Si Yik no tiene 13 años entonces tiene más o el mismo número de años que Joaquín.
¿Es Yik un chico o una chica? Justifícalo.

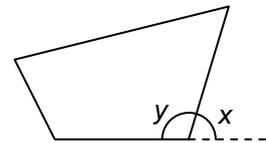
2. En el dibujo de la figura determina la medida de los ángulos x e y .



3. Encuentra todos los números de cuatro cifras de la forma $aabb$, (las dos primeras cifras iguales y las dos últimas también) que sean cuadrado perfecto. Si consideras que no hay ninguno debes justificar por qué.
4. En un polígono cualquiera, llamamos “*ángulo exterior*” del polígono al determinado por un lado y la prolongación de otro lado adyacente, es decir, al suplementario del interior correspondiente.

Por ejemplo, en la figura el ángulo x es exterior, pues es suplementario del ángulo interior y .

¿Cuánto suman los ángulos exteriores de un polígono de 2011 lados?

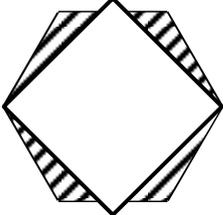


5. Entre los 5000 primeros números enteros positivos, ¿cuántos son divisibles por 2, 3, 5 y 7 a la vez?

XI Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

19 de noviembre de 2011

PRUEBA INDIVIDUAL 3º y 4º de E.S.O. (90 minutos)

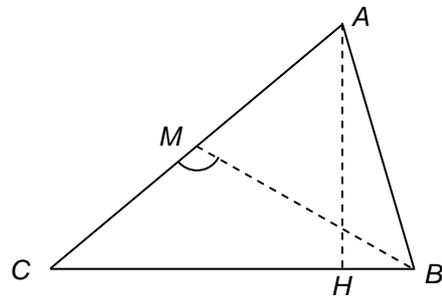
1. N es un entero positivo que verifica $N^2 - 2000$ es un cuadrado perfecto. Halla todos los posibles valores de N .
2. En la figura se observa un hexágono regular y un cuadrado cuya diagonal coincide con la diagonal mayor del hexágono. ¿Qué fracción del área del hexágono no tapa el cuadrado?

3. ¿Cuál es el menor entero positivo que puede expresarse como suma de 9, de 10 y de 11 enteros consecutivos?
4. Un triángulo equilátero y un círculo tienen el mismo centro. Si el área de la parte del triángulo que cae fuera del círculo es igual que el área de la parte del círculo que cae fuera del triángulo, calcula el cociente entre el lado del triángulo y el radio del círculo.
5. A es el menor entero positivo tal que $10 \cdot A$ es un cuadrado perfecto y $6 \cdot A$ es un cubo perfecto. ¿Cuántos divisores (positivos) tiene A ?

XI Concurso Intercentros de Matemáticas de la Comunidad de Madrid

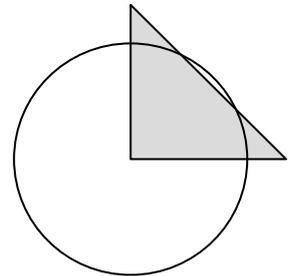
19 de noviembre de 2011

PRUEBA INDIVIDUAL Bachillerato (90 minutos)

1. ¿Hay algún triángulo rectángulo cuyos lados estén en progresión aritmética que no sea semejante al de lados 3, 4 y 5? Justifica la respuesta.
2. El número $N = 85^9 - 21^9 + 6^9$ es divisible por un entero comprendido entre 2000 y 3000. ¿De qué entero se trata?
3. Javier y su nieto celebran su cumpleaños el mismo día. Durante 6 años consecutivos la edad que cumple Javier es múltiplo de la edad que cumple su nieto. ¿Cuántos años le lleva Javier a su nieto?
4. En el triángulo ABC el ángulo \hat{C} es de 40° y la altura AH mide lo mismo que la mediana BM . Calcula la medida del ángulo \hat{BMC} .



5. Una circunferencia de radio 10 tiene su centro en el vértice de un triángulo rectángulo isósceles correspondiente al ángulo recto. La circunferencia corta a la hipotenusa en dos puntos determinando tres segmentos de igual longitud. ¿Cuál es el área del triángulo?



PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)

1º y 2º de ESO.-

1A.- ¿Cuál es el resto de la división del número 2011^{2011} entre 5?
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

1B.- Sea "T" la respuesta del problema 2B

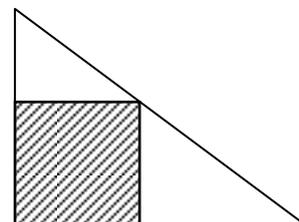
¿Para cuántos enteros positivos n se verifica que $\frac{37}{T}n$ y $\frac{T}{37}n$ son enteros de cuatro cifras?

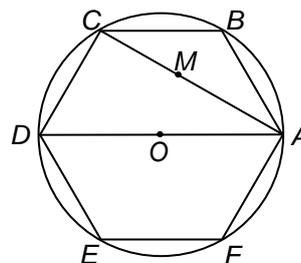
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de Bachillerato)

1C.- Sea "T" la respuesta del problema 2C.

En el triángulo rectángulo de hipotenusa T cm y catetos de longitud entera, en cm, está inscrito un cuadrado, como se muestra en la figura. ¿Cuál es, en cm^2 , el área de este cuadrado?

(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)



PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)**3º y 4º de ESO.-****2A.-** Sea "T" la respuesta del problema 3A.La respuesta T es de la forma $a - b\sqrt{2}$.En la circunferencia de centro O se ha inscrito un hexágono regular. M es un punto de la cuerda AC tal que $\widehat{AMO} = 60^\circ$ y $MO = a + b$. Calcula la longitud de DC .**(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)****2B.-** ¿Cuál es el valor del entero positivo n que verifica $888 \cdot 111 = 2 \cdot (2n)^2$?
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º- 2º de ESO)**2C.-** Sea "T" la respuesta del problema 3C.La media de los números x , 3 , $4x - 3$, $x + 4$, -16 , 9 , $x - 4$ es $\frac{5}{T}$.

¿Cuál es la mediana de estos siete números?

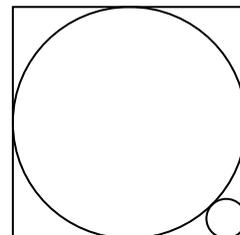
(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 1º- 2º de ESO)

PRUEBA POR RELEVOS (60 minutos)**Bachillerato.-**

3A.- Sea "T" la respuesta del problema 1A.

Las dos circunferencias de la figura son tangentes entre sí y también tangentes al cuadrado de lado $2T$. Halla el radio de la circunferencia pequeña.

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º- 4º de ESO)



3B.- Sea "T" la respuesta del problema 1B.

Sea n la suma de las cifras de T .

En una progresión aritmética de números reales la suma de los dos primeros términos es 7 y la suma de los seis primeros es 91. Calcula la suma de los n primeros términos de la progresión.

(Escribe la respuesta final en la tarjeta y entrégala junto con la resolución de este problema)

3C.- La expresión $\log_c(a+b) = \log_c a + \log_c b$ suele ser una barbaridad pero hay un número x para el que

$\log_{2011}(5+x) = \log_{2011} 5 + \log_{2011} x$. Calcula ese número x .

(Pasa en la tarjeta la respuesta a tu compañero de 3º- 4º de ESO)