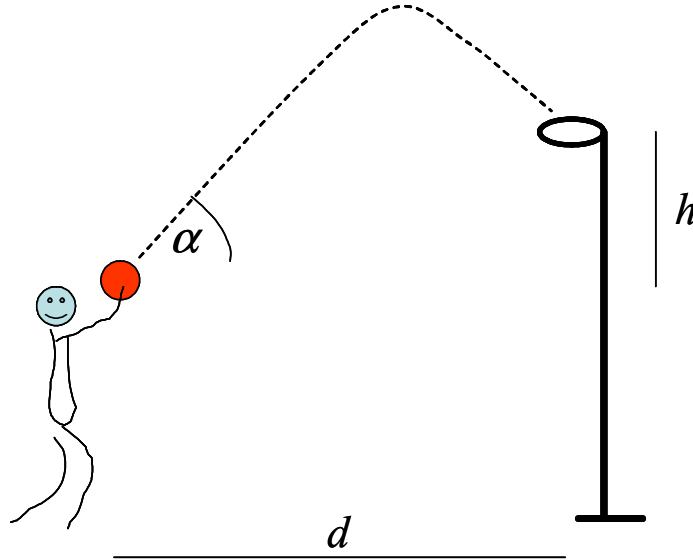


Olimpiada de Física de la Región de Murcia 2011

1. ¡Tiro de tres!

Vamos a describir los tiros a canasta mediante la cinemática del tiro parabólico. Despreciaremos la resistencia con el aire.



Situamos el origen de coordenadas en la pelota antes de lanzarla. Llamamos d a la distancia de la pelota a la canasta y h a diferencia de altura entre la canasta y la pelota. De esta manera, la canasta está en el punto (d, h) .

Sea v_0 la velocidad de lanzamiento de la pelota y α el ángulo medido desde la horizontal.

(a) Demuestra que la ecuación de la trayectoria que sigue la pelota es:

$$y = x \cdot \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2} (1 + \tan^2 \alpha) \cdot x^2$$

(b) Despeja el ángulo de la ecuación anterior e indica de manera razonada cuál de las dos soluciones es "legal" según la normativa del baloncesto.

(c) A partir de la ecuación para el ángulo obtenida antes, demuestra que la velocidad mínima de lanzamiento, para poder llegar a canasta con algún ángulo, viene dada por la expresión

$$v_{\min}^2 = g \left[h + \sqrt{h^2 + d^2} \right]$$

(d) Si el jugador salta de forma que la pelota está al mismo nivel que la canasta en el momento de lanzar ($h = 0$), ¿cuál de ser el ángulo de lanzamiento para hacer el esfuerzo mínimo?

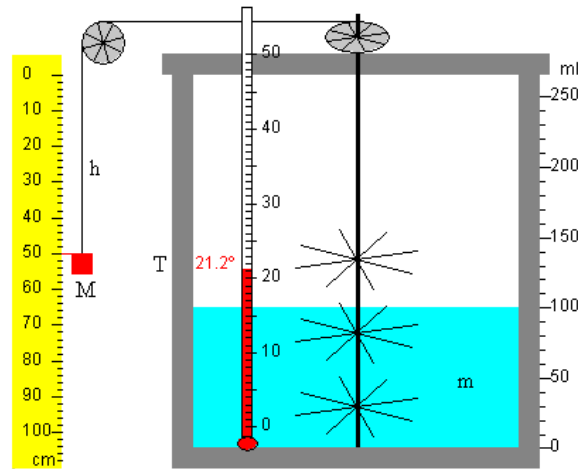
(e) Un jugador hace un tiro desde la línea de tres puntos, situada a 6.25 m de la canasta. Cuando lanza, sostiene la pelota a una altura que queda 1 m por debajo del nivel de la canasta. Obtén la velocidad mínima que puede imprimir al lanzamiento para llegar al aro y el ángulo con el que debe lanzar.

(f) Para el caso anterior, utiliza el principio de conservación de la energía y calcula la velocidad de la pelota cuando llega a la canasta.

2. El equivalente mecánico del calor

El experimento de Joule demostró que la energía mecánica podía transformarse íntegramente en calor.

Un recipiente aislado térmicamente contiene una masa de agua, con un termómetro para medir su temperatura, y un eje con unas paletas que se ponen en movimiento por la acción de una pesa. La pesa cae y pierde energía potencial. Como consecuencia, el agua agitada por las paletas se calienta.



Realizamos el experimento con una masa de agua de 100 g inicialmente a 20 °C. Utilizamos una pesa de 50 kg. Medimos la temperatura que va alcanzando el agua a medida que la pesa desciende distintas alturas:

Altura (cm)	T (°C)
14	20.2
33	20.4
60	20.7
82	21.0
100	21.2

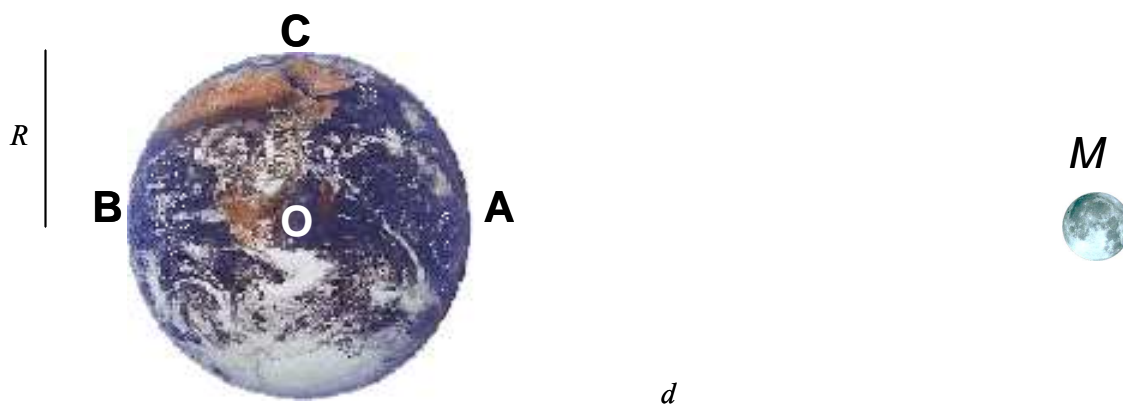
(a) Representa en una gráfica el incremento de temperatura en función de la altura. Ajusta los puntos a una recta. Obtén su pendiente.

(b) Con la pendiente anterior calcula la relación entre la unidad de energía (julio) y la unidad de calor (caloría), sabiendo que el calor específico del agua es 1 cal/g °C.

(c) Supón que sólo disponemos de una pesa de 1 kg y de una altura para dejar caer la pesa de 1 m. Pero queremos aumentar 1 °C la temperatura de la masa anterior de agua (100 g), ¿Cómo harías el experimento?

3. Mareas lunares

El fenómeno de las mareas se debe a que el campo gravitatorio producido por la Luna, o por el Sol, sobre la Tierra no es homogéneo, ya que hay puntos más alejados que otros del astro que ejerce la fuerza.



Llamamos R al radio de la Tierra, d a la distancia de la Luna al centro de la Tierra, M a la masa de la Luna y m a la masa de un cuerpo cualquiera situado en la Tierra.

Consideramos que la Tierra es esférica y despreciamos la inclinación de su eje. Suponemos que no hay continentes y que toda la superficie terrestre está cubierta de una capa de agua.

Definición: La “fuerza de marea”, f_P , en un punto P de la superficie de la Tierra es igual a la diferencia entre la fuerza de atracción que ejerce la Luna sobre un objeto situado en dicho punto, F_P , y la fuerza de atracción sobre el objeto si estuviese en el centro de la Tierra, F_O . Es decir: $\vec{f}_P = \vec{F}_P - \vec{F}_O$

Considera tres puntos A, B y C en la superficie de la Tierra y un punto O en su centro. Las fuerzas de marea, en módulo, en los puntos A, B y C son:

$$f_A = f_B = 2f_C \approx 2 \frac{GMm}{d^3} R$$

(a) Demuestra el resultado anterior a partir de la definición de “fuerzas de marea”. Ayuda: toma $R \ll d$ para hacer las aproximaciones oportunas; la componente horizontal de f_C puede despreciarse.

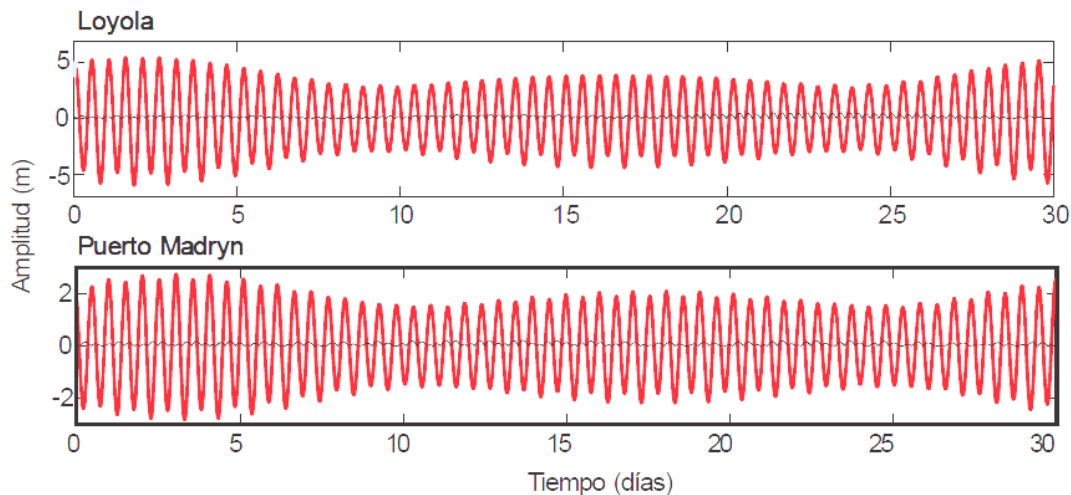
(b) Escribe estas fuerzas de marea en forma vectorial.

(c) Calcula sus valores numéricos para una masa de agua de 1 kg, teniendo en cuenta los siguientes datos.: radio de la Tierra = 6371 km, distancia Tierra-Luna = 384 400 km, masa de la Luna = $7.35 \cdot 10^{22}$ kg. Compara críticamente los resultados con el peso de la masa de agua.

(d) Representa el aspecto que tiene el campo de fuerzas de marea sobre la superficie de la Tierra. (Representa flechitas a lo largo de la circunferencia terrestre indicando el sentido de la fuerza en cada punto).

(e) Dibuja la forma que tiene la capa de agua sobre la superficie terrestre cuando la Luna está en la posición de la figura. La deformación del agua causada por las mareas, ¿puede tener algún efecto sobre la rotación de la Tierra?

(f) La siguiente gráfica representa la elevación del agua en dos lugares costeros de Argentina. Describe la marea de Loyola mediante una función oscilatoria. Indica cuánto vale la amplitud (toma un valor medio aproximado) y el período. ¿Te sorprende el valor del período, por qué?



(g) Considera una central de energía mareomotriz que aprovecha una laguna de 1 km^2 de superficie sujeta a mareas de 4 m de altura. Estima la potencia (vatios) de esta central.

4. Aplicaciones de los acelerómetros

Un acelerómetro es instrumento para medir aceleraciones. Existen de varios tipos: mecánicos, de péndulo, piezoeléctricos, de condensador...

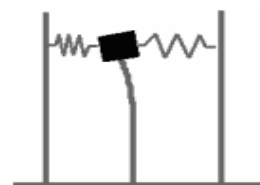
Hay acelerómetros en muchas cámaras de fotos, en algunos automóviles, en teléfonos móviles de gama alta... Y casi todos nosotros conocemos la consola de juegos Wii, en el interior de cuyo mando hay un acelerómetro para detectar nuestros movimientos y controlar al personaje en pantalla.

Responde a este surtido de cuestiones relacionadas con distintas aplicaciones de los acelerómetros:

(a) En el interior de un vagón hay un acelerómetro basado en un péndulo que se inclina cuando el vagón se mueve con una cierta aceleración a . Describe cómo obtenemos la aceleración sabiendo el ángulo α de inclinación péndulo.

(b) Un acelerómetro mecánico consiste en un dinamómetro del que cuelga una masa m y que nos indica la fuerza F actuante. ¿Cómo podemos obtener la aceleración?

(c) Un acelerómetro de condensador consiste en una masa colocada entre dos muelles que a su vez están sujetos a las placas de un condensador. Cuando la masa se desplaza horizontalmente debido a una aceleración o vibración, los muelles varían la separación entre las placas. ¿Cómo crees que puede obtenerse la aceleración a partir de la capacidad del condensador?



(d) Un acelerómetro empleado para estudiar de manera simulada los daños a personas en accidentes, mediante DUMMIES (Muñeco de simulación de accidentes), puede medir desaceleraciones de hasta 2000 G (2000 veces la gravedad terrestre). ¿Cuántas veces más pesada debería ser la Tierra, sin cambiar de radio, para someternos a esa aceleración? ¿Cuántas veces más pequeña en diámetro debería ser, sin cambiar de masa, para someternos a esa aceleración?

(e) Un acelerómetro piezoeléctrico se acopla a la caja de una guitarra para medir sus vibraciones. Está conectado a un osciloscopio que nos da el espectro de frecuencias de vibración. Hacemos vibrar la primera cuerda (nota MI) y el osciloscopio nos da una frecuencia de 330 Hz. ¿Qué frecuencia detectaremos si apretamos la cuerda contra el mástil acortándola a $2/3$ de su longitud inicial?

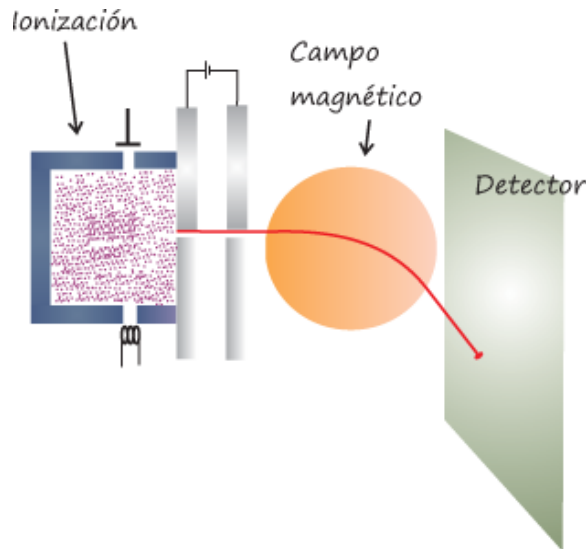
(f) Otra aplicación es en los sismógrafos para medir las características de las ondas sísmicas. Si una onda sísmica tiene una frecuencia de 10 Hz y viaja a 5 km/s en el granito, ¿Qué longitud de onda posee?

(g) Utilizamos un teléfono móvil que dispone de un acelerómetro interno para medir velocidades del puño de un boxeador (el teléfono lo sujeta entre su puño). Explica cómo relacionarías la cantidad de movimiento adquirida por el teléfono, con la aceleración medida por su acelerómetro.

5. Espectrometría de masas

El espectrómetro de masas es un instrumento para medir masas de iones y, por tanto, permite identificar diferentes elementos químicos que forman un compuesto. Las moléculas de la muestra se ionizan y sus iones, que parten del reposo, son acelerados mediante un campo eléctrico que se genera entre dos electrodos. Posteriormente los iones penetran en una región donde existe un campo magnético perpendicular a la trayectoria de los iones.

Sea un ión de masa m y carga q , un campo magnético de módulo B y una diferencia de potencial aplicada a los electrodos de valor V_0 .



Determina en función de m , q , B y V_0 :

- (a) La energía suministrada al ión por el campo eléctrico y la velocidad que adquiere.
- (b) El radio R de la trayectoria circular que describe el ión en la región de campo magnético.

Determina en función de V_0 , B y R :

- (c) La relación carga/masa del ión.

Ejemplo de aplicación: La fuente de iones contiene tres isótopos de magnesio: ^{24}Mg , ^{25}Mg y ^{26}Mg . Todos los iones tienen carga $q = +e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C (son átomos con un electrón menos). Las masas de los isótopos valen 24, 25 y 26 uma, respectivamente, donde $1 \text{ uma} = 1.66 \cdot 10^{-27}$ kg. Aplicamos una diferencia de potencial de $2 \cdot 10^4$ V/m y un campo magnético de 0.5 T.

- (d) Encuentra la distancia entre las líneas formadas por los tres isótopos en el espectrómetro, de acuerdo al esquema de la figura. (Es decir, la distancia de P1 a P2 y de P1 a P3).

