Gestión de Activos Financieros de Renta Fija

(Pirámide. Madrid. 2002)

Ejercicios del capítulo 6

1º) Un bono tiene un plazo de 9 años, un 10% de interés y una *duración modificada* del 7,194%. Si el rendimiento del mercado varía 50 puntos básicos, ¿cuál será el porcentaje de cambio en el precio del bono?

Solución

Δ precio = - D* x 50/100 = -7,194 x 0,5 = **-3,597%**

==

2º) Encuentre la *duración* de un bono con cupones del 6% pagaderos por anualidades vencidas si su rendimiento hasta el vencimiento es del 6% y su vida es de tres años. ¿Qué ocurriría si su rendimiento fuese del 10%? y ¿si los cupones se pagaran semestralmente?.

Solución

Aplicando la fórmula directa: **D = 2,83 años**
Si r = 10% → **D = 2,82 años**
Si rs = 3% → D = 5,58 sem. **2,79 años**

==

3º) Jerarquice las *duraciones* de los siguientes pares de bonos:

a) El bono A tiene un cupón del 8% de interés anual, se vende a la par y su plazo es de 20 años. El bono B es igual que el A pero se vende por debajo de la par.
b) El bono C tiene un cupón del 8% de interés anual, se vende a la par y su plazo es de 20 años. El bono D es igual que el C pero es amortizable anticipadamente.

Solución

a) El bono B tiene una TIR mayor que el A, luego su duración es menor $D_B < D_A$
b) $D_D < D_C$

==

4º) Suponga que usted tiene una deuda que debe devolver en tres pagos: 3.000 euros, dentro de un año; 2.000 euros, dentro de dos años; y 1.000 euros, dentro de tres años.

a) ¿Cuál es la *duración* de Macaulay de dicha deuda si el tipo de interés es del 20%?. ¿Y su *duración modificada*?
b) Y, ¿cuál sería su valor si el tipo de interés fuese del 5%?

Solución

a) VA (n = 1) = 3.000 ÷ 1,2 = 2.500 €
VA (n = 2) = 2.000 ÷ $(1,2)^2$ = 1.388,89 €
VA (n = 3) = 2.000 ÷ $(1,2)^3$ = 578,70 €
D = [2.500 x 1 + 1.388,89 x 2 + 578,70 x 3] ÷ [2.500 + 1.388,89 + 578,70] = 1,57
D* = 1,57 ÷ 1,2 = **1,31%**

b) VA (n = 1) = 3.000 ÷ 1,05 = 2.857,14 €
VA (n = 2) = 2.000 ÷ $(1,05)^2$ = 1.814,06 €
VA (n = 3) = 2.000 ÷ $(1,05)^3$ = 863,84 €
D = [2.857,14 x 1 + 1.814,06 x 2 + 863,84 x 3] ÷ [2.857,14 + 1.814,06 + 863,84] = 1,64
D* = 1,64 ÷ 1,05 = **1,56%**

5º) Jerarquice los siguientes bonos en orden decreciente de *duración modificada*:[1]

Bono	Cupón (%)	Plazo (años)	TIR (%)
A	15	20	10
B	15	15	10
C	0	20	10
D	8	20	10
E	15	15	15

Solución

A → D = 8,81 D* = 8,01
B → D = 7,79 D* = 7,08
C → D = 20 D* = 18,18
D → D = 9,75 D* = 8,86
E → D = 6,72 D* = 5,85

De mayor a menor *duración modificada*: C, D, A, B, E

Nota: Entre los tres de 20 años de plazo, el C es cupón cero, luego tiene la mayor *duración*. Entre el D y el A el que tiene mayor cupón tiene menor *duración*. Entre B y E el de mayor TIR tiene menor *duración*.

6º) Actualmente la estructura temporal de los tipos de interés es la siguiente: Los bonos de un año de plazo proporcionan un rendimiento del 7%, los de dos años de plazo rinden un 8% y los de tres años y siguientes un 9%. Un inversor debe elegir ente bonos

[1] Ejercicio propuesto en el exámen de *Chartered Financial Analyst*

de uno, dos y tres años de plazo todos los cuales pagan un cupón del 8% anual. ¿Qué bono debería adquirir si cree firmemente que al final del año la curva de los tipos de interés será plana y valdrá un 9%?

Solución

P_0 (n = 1) = 108 ÷ 1,07 = 100,9346 €
P_1 = 100
r(n = 1) = [100 + 8] ÷ 100,9346 – 1 = 7%

P_0 (n = 2) = 8 ÷ 1,08 + 108 ÷ $(1,08)^2$ = 100 €
P_1 = 108 ÷ 1,09 = 99,0826
r(n = 2) = [99,0826 + 8] ÷ 100 – 1 = 7,0825%

P_0 (n = 3) = 8 ÷ 1,09 + 8 ÷ $(1,09)^2$ + 108 ÷ $(1,09)^3$ = 97,4687 €
P_1 = 8 ÷ 1,09 + 108 ÷ $(1,09)^2$ = 98,2409
r(n = 3) = [98,2409 + 8] ÷ 97,4687 – 1 = **9%**

= =

7º) Suponga un bono que paga unos cupones por semestres vencidos de 5 euros, su principal es de 100 euros, al igual que su precio de mercado. Su plazo es de cinco años. Suponiendo que la estructura temporal de los tipos de interés es plana y tiene un valor del 10%, ¿cuál sería la *duración modificada* del bono?, ¿cuál sería su *convexidad*?, por último, ¿cuál sería el cambio esperado en el precio del bono para una variación de ±300 puntos básicos en su rendimiento hasta el vencimiento?.

Solución

a) D = 8,108 semestres → 4,054 años
D* = D ÷ (1 + r/2) = 4,054 ÷ 1,05 = **3,86%**

b) conv = (d^2P/dr^2) x (1/P) = 7.499,768 x (1/100) = 75
convexidad en términos anuales: 75 ÷ 2^2 = **18,75**

c) Si los tipos de interés suben 300 puntos básicos:
dP/P = -D* x (dr) + (1/2) x conv x $(dr)^2$ =
= -3,86% x (0,03) + (1/2) x (18,75) x $(0,03)^2$ = -0,1158 + 0,0084375 = **-10,736%**
Si los tipos de interés bajan 300 puntos básicos:
dP/P = -D* x (dr) + (1/2) x conv x $(dr)^2$ =
= -3,86% x (-0,03) + (1/2) x (18,75) x $(-0,03)^2$ = 0,1158 + 0,0084375 = **12,424%**

= =

8º) Un bono al que denominaremos A tiene un cupón del 8% pagadero anualmente, un rendimiento hasta el vencimiento del 8%, un plazo de 2 años de vida y un precio de mercado que coincide con su valor nominal igual a 100 euros. Por otra parte, un bono denominado B paga un cupón anual del 9%, tiene un rendimiento hasta el vencimiento del 8%, un plazo de cinco años de vida, un valor nominal de 100 euros, y un precio de mercado de 104,055. Calcular:

a) El valor del punto básico, la *duración modificada* y la *convexidad* de ambos.
b) Si los tipos de interés aumentan en 200 puntos básicos cuánto descenderán los precios de ambos bonos.
c) Sin necesidad de realizar ningún cálculo, indique si la *duración* de ambos bonos ascenderá o decrecerá si el rendimiento hasta el vencimiento se situase en el 10%.

<u>Solución</u>

a) Bono A: $D^* = 1{,}78\%$
$VPB = 0{,}0001 \times 1{,}78 \times 100$ € $= 0{,}0178$ €
$conv = (d^2P/dr^2) \times (1/P) = 4{,}89$

Bono B: $D^* = 3{,}94\%$
$VPB = 0{,}0001 \times 3{,}94 \times 104{,}055$ € $= 0{,}0441$ €
$conv = (d^2P/dr^2) \times (1/P) = 20{,}65$

b) Bono A: $dP/P = -D^* \times (dr) + (1/2) \times conv \times (dr)^2 =$
$= -1{,}78 \times (0{,}02) + (1/2) \times (4{,}89) \times (0{,}02)^2 = -0{,}0356 + 0{,}001 =$ **<u>-3,46%</u>**

Bono B: $dP/P = -D^* \times (dr) + (1/2) \times conv \times (dr)^2 =$
$= -3{,}94 \times (0{,}02) + (1/2) \times (20{,}65) \times (0{,}02)^2 = -0{,}0788 + 0{,}00413 =$ **<u>-7,467%</u>**

c) Si la TIR de un bono asciende su *duración* desciende

9º) Suponga que el rendimiento hasta el vencimiento para los bonos que actualmente se venden a precios de mercado que igualan su valor nominal: 100 euros, son del 10% y del 14%, respectivamente, para las emisiones de un año de plazo y para las de dos años. Calcule la *duración* de Macaulay y de Fisher-Weil para ambas emisiones asumiendo una estructura temporal de los tipos de interés que siga la teoría de las expectativas del mercado.

<u>Solución</u>

$D\ (n=1) = 1;\ D_{FW}\ (n=1) = 1$

$D\ (n=2) = 1{,}877$ años
$100 = 1{,}4 \div 1{,}1 + 114 \div (1 + {}_0r_2)^2 \rightarrow {}_0r_2 = 14{,}29\%$
${}_1r_1 = (1{,}1429)^2 \div 1{,}1 - 1 = 18{,}75\%$
$D_{FW}\ (n=2) = [14 \div 1{,}1 + 114 \times 2 \div (1{,}1429)^2] \div 100 = 1{,}8728$ años

10º) Considere un bono cuyo plazo es de 10 años, que paga unos cupones por anualidades vencidas de 10 euros, y que tiene un valor nominal de 100 euros, lo mismo que su precio de mercado. Suponiendo una estructura de tipos de interés plana del 10% calcule:

a ¿Cuál es la *duración modificada* del bono y su *convexidad*?.
b) Si los tipos de interés no varían, ¿cuál será el valor de dicha *duración modificada* al final de los años 3, 5 y 8?.
c) ¿Cuál es la variación esperada del precio si suponemos una alteración del rendimiento de 50 puntos básicos hacia arriba o hacia abajo?

Solución

a) Dado que el tipo de interés del cupón es el 10% lo mismo que el rendimiento del bono y que su plazo es de 10 años, la *duración* de Macaulay será de 6,76 años. La *duración modificada* es igual a 6,76 ÷ 1,1 = 6,14%.

conv = (d^2P/dr^2) x (1/P) = 52,8

b) D^*_3 = 4,87% ; D^*_5 = 3,79% ; D^*_8 = 1,73%

c) Si los tipos de interés ascienden 50 pb:
dP/P = -D* x (dr) + (1/2) x conv x $(dr)^2$ =
= -6,14 x (0,005) + (1/2) x (52,8) x $(0,005)^2$ = -0,0307 + 0,00066 = -3,004%
Si los tipos de interés descienden 50 pb:
dP/P = -D* x (dr) + (1/2) x conv x $(dr)^2$ =
= -6,14 x (-0,005) + (1/2) x (52,8) x $(-0,005)^2$ = 0,0307 + 0,00066 = 3,136%

11º) Usted invierte en un par de bonos cupón-cero. Uno de ellos madura dentro de un año pagando 100 euros. Su precio actual es de 86,93 euros. El otro madura dentro de dos años pagando 110 euros, y su precio actual es de 94,307 euros.

a) Calcule el rendimiento de cada bono
b) Calcule la *duración modificada* de cada bono
c) Calcule el rendimiento medio ponderado de la cartera formada por ambos bonos.
d) Calcule la *duración modificada* media ponderada de la cartera formada por ambos bonos.
e) Calcule el verdadero rendimiento de la cartera
f) Calcule la verdadera *duración modificada* de la cartera.

Solución

a) 86,93 x $(1 + r_a)$ = 100 → **r_a = 15,035%**
94,307 x $(1 + r_a)^2$ = 110 → **r_b = 8%**

b) D*a = 1 ÷ 1,15035 = **0,87%**
D*b = 2 ÷ 1,08 = **1,85%**

c) Rdto. ponderado = 15,035% x (86,93 ÷ 181,237) + 8% x (94,307 ÷ 181,237) = **11,37%**

d) D* ponderada = 0,87% x (86,93 ÷ 181,237) + 1,85% x (94,307 ÷ 181,237) = **1,38%**

e) Rdto. → 86,93 + 94,307 = 100 x $(1 + r)^{-1}$ + 110 x $(1 + r)^{-2}$ → **r = 10,235%**

f) D = (1/181,237) x [100 x $(1,10235)^{-1}$ + 2 x 110 x $(1,10235)^{-2}$] = 1,5
D* = 1,5 ÷ 1,10235 = **1,36%**

= =

12º) La empresa MORO S.A., ha emitido hace ahora un año un bono de 100 euros, de nominal cuyo plazo es de siete años y que paga un cupón por anualidad vencida de 13 euros. Dicho bono lleva aparejada la posibilidad de ser amortizado anticipadamente en el tercer año con un precio de ejercicio de 102,50 euros. Suponiendo que actualmente el rendimiento para un bono de esas características de seis años de vida es del 12% y que su precio de mercado es de 103,85 euros, obtenga el valor de su *duración efectiva* a través: a) del *precio de cruce*, y b) de la media ponderada (sabiendo que la probabilidad de amortización anticipada se sitúa en un 60%).

Solución

a) TIR_0 → 103,85 = [13 x $(1+r)^{-1}$ + 115,5 x $(1+r)^{-2}$] → TIR_0 = 11,90%
D_0 = (1/103,85) x [13 x $(1,119)^{-1}$ + 2 x 115,5 x $(1,119)^{-2}$] = 1,888
D^*_0 = 1,885 ÷ 1,119 = 1,687%

Dv = 4,548
D*v = 4,548 ÷ 1,12 = 4,06%

Precio de cruce:
13 x $(1+r)^{-1}$ + 115,5 x $(1 + r)^{-2}$ = 13 x $a_{6|r}$ + 113 x $(1 + r)^{-6}$ → r = 12,7%
P (r = 12,17%) = 103,38 €
Como el precio de mercado del bono (103,85 €) supera al de cruce (103,38 €) la *duración* elegida será el **1,687%**

b) D*m = 1,687% x 0,6 + 4,06% x 0,4 = **2,636%**

= =