



# La valoración de los activos de renta fija

© *Juan Mascareñas*

Universidad Complutense de Madrid

Versión inicial: mayo 1991 - Última versión: **enero 07**

---

- *La estimación de los rendimientos esperados de las emisiones de Deuda Pública, 2*
- *La estimación de los rendimientos esperados de los bonos empresariales, 6*
- *La valoración de los bonos amortizables anticipadamente, 6*
- *La valoración de las obligaciones convertibles, 14*
- *La obligación convertible y rescatable anticipadamente, 22*



## 1. La estimación de los rendimientos esperados de las emisiones de Deuda Pública

Nos proponemos estimar los rendimientos esperados durante el próximo año de las emisiones de deuda realizadas por el Estado. Así que nuestro objetivo consistirá en calcular la tasa de rendimiento esperada de cada bono u obligación durante el año próximo sabiendo que, en general, dicho rendimiento esperado puede ser obtenido a través de la expresión:

$$E(r) = \frac{\text{Intereses} + E[\text{Precio a fin de año}]}{\text{Precio de mercado actual}} - 1$$

Como resulta que en este tipo de emisiones los intereses a cobrar durante el año son conocidos con certeza, en el numerador de la expresión anterior la única variable aleatoria será el precio de mercado del bono a fin de año. La clave para obtener el valor de éste último es estimar su rendimiento hasta el vencimiento y una vez hecho esto obtener el precio a fin de año a través de la ecuación que mostraremos seguidamente.

Si con objeto de facilitar la comprensión de la operación y sus cálculos, suponemos que nos hallamos en el momento cero y que el cobro de los cupones (Q) tiene lugar a fin de año, el precio de mercado al término del año ( $P_1$ ) dependerá de los intereses que le quedan por cobrar más la devolución del principal (ver la figura 1):

$$P_1 = \frac{Q_2}{(1 + {}_1r_{n-1})} + \frac{Q_3}{(1 + {}_1r_{n-1})^2} + \dots + \frac{Q_n + P_n}{(1 + {}_1r_{n-1})^{n-1}}$$

donde  ${}_1r_{n-1}$  es el tipo de rendimiento interno hasta el vencimiento del bono desde el final del año 1.

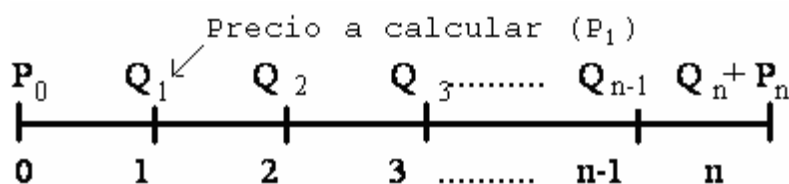


Fig.1

Veamos un ejemplo: supongamos que tenemos la estructura temporal de los tipos de interés observada en la figura 2, cuyos valores se pueden apreciar en la tabla 1.



Bono	Rendimiento	Tiempo	$t r_1$
1 año	10,00%	Ahora	10,00%
2 años	11,00%	Dentro de 1 año	12,12%
3 años	11,75%	Dentro de 2 años	13,57%
4 años	12,50%	Dentro de 3 años	15,51%
5 años	13,00%	Dentro de 4 años	16,02%

Tabla 1

Tabla 2

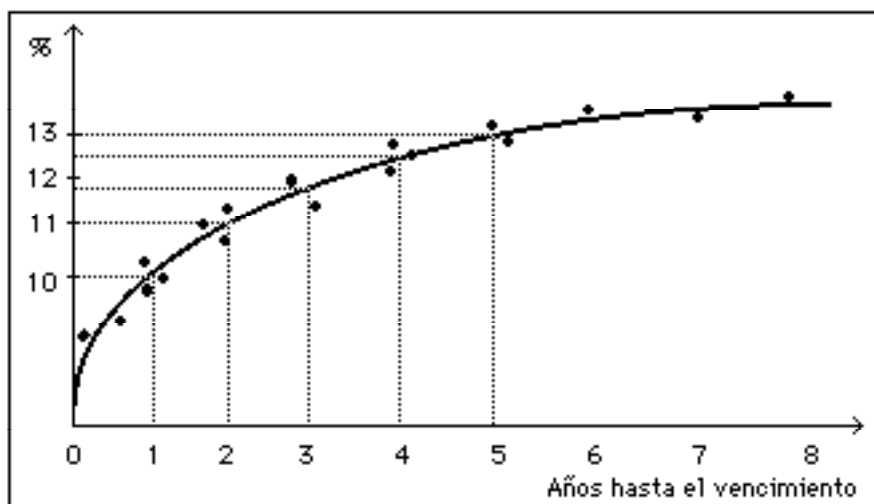


Fig.2 Estructura temporal actual de los tipos de interés

En la tabla 2 se han obtenido los tipos de interés a plazo implícitos para inversiones sin riesgo de un año de plazo (Letras del Tesoro, por ejemplo), que se esperan obtener dentro de un año, dentro de dos años, etc., a través del cálculo de la TIR (la prima de liquidez supuesta ha sido del 0%).

Supongamos un bono de cuatro años de vida a partir de hoy, según la tabla 1, dicho bono proporcionará una rentabilidad del 12,50% anual. Es decir, si su valor nominal es de 100 euros (supongamos que coinciden valor nominal y precio actual de mercado), al final de cada año entregará a su propietario 12,5 euros en concepto de intereses. Vamos a calcular el precio de dicho bono al final del año ( $P_1$ ), con arreglo al esquema mostrado en la figura 3.

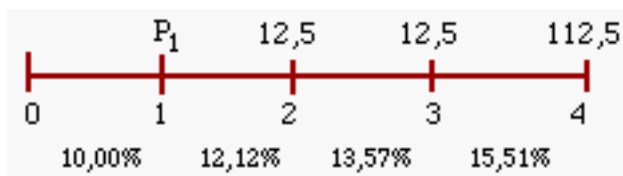


Fig. 3

$$P_1 = \frac{12,5}{1,1212} + \frac{12,5}{(1,1212)(1,1357)} + \frac{12,5+100}{(1,1212)(1,1357)(1,1551)} = 97,45 \text{ €}$$



Si ahora deseamos calcular la tasa interna de rendimiento hasta el vencimiento ( ${}_1r_3$ ), no habrá más que hacer:

$$P_1 = \frac{12,5}{(1+{}_1r_3)} + \frac{12,5}{(1+{}_1r_3)^2} + \frac{12,5+100}{(1+{}_1r_3)^3} = 97,45 \text{ €} \rightarrow {}_1r_3 = 13,59\%$$

Un cálculo similar se puede realizar para los bonos de otros vencimientos. En la figura 4 se muestra la comparación entre la estructura temporal actual de los tipos de interés (línea negra) y la estructura temporal estimada para el año próximo a través de dichos cálculos (línea gris), donde se aprecia cómo el mercado espera un alza de los tipos de interés a un menor plazo mientras los de mayor plazo tienden a aproximarse a los actualmente previstos (obsérvese como en el eje de abscisas los años hasta el vencimiento se miden a partir del próximo año, por eso el mayor plazo es de siete años y no de ocho como es desde la actualidad - ver figura 2).

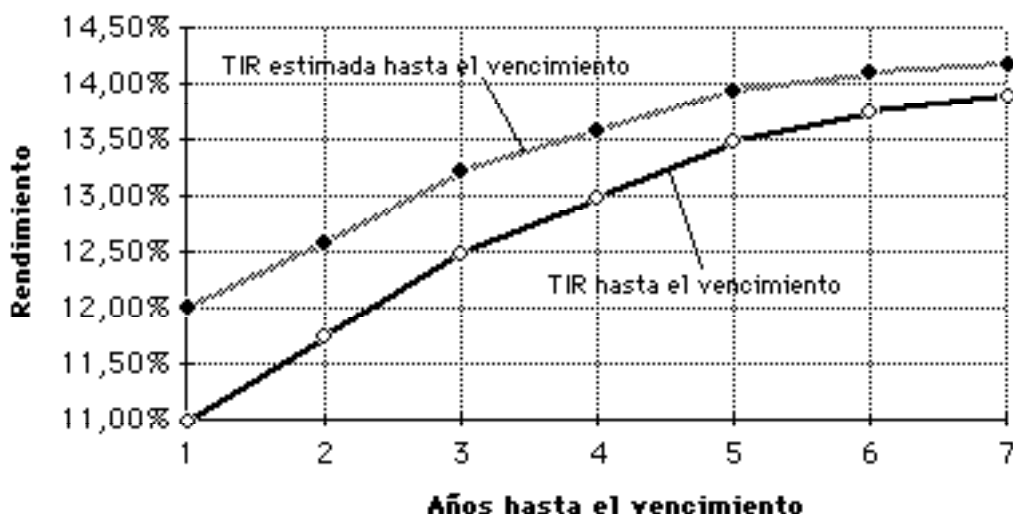


Fig.4 Comparación de la estructura temporal actual y de la estimada a partir del próximo año

Por otra parte, ya que hemos estimado el precio a fin de año del bono de cuatro años de plazo, podemos calcular el rendimiento esperado del mismo durante este año sin más que aplicar la sencilla ecuación vista al comienzo del epígrafe:

$$r = \frac{12,50 + 97,45}{100} - 1 = 9,95\%$$

Cuanto más exacta resulte ser la previsión, más se aproximarán entre sí las tasas de rendimiento para el año próximo de todas las emisiones de bonos analizadas, sea cuál sea su vencimiento. Esta igualdad de las tasas de rendimiento en un período dado de tiempo es consistente con la *teoría de las expectativas del mercado* y, además, nosotros hemos asumido una prima por liquidez nula.



Una vez que disponemos de la estructura temporal prevista para el próximo año cada directivo financiero puede retocarla de acuerdo a las noticias que le vayan llegando sobre política monetaria, tanto estatal como empresarial, en un intento de anticiparse al mercado.

Si se quiere afinar aún más, se puede calcular el denominado *diferencial de rentabilidad relativa*. En la figura 2 se pueden observar a lo largo de la línea que indica la estructura temporal de los tipos de interés, una serie de puntos indicativos de los rendimientos de diversas emisiones de bonos u obligaciones, y que han servido para el ajuste de la línea comentada. Como se puede apreciar hay puntos que se encuentran situados por encima de dicha línea y otros que se encuentran por debajo. Los que están por encima proporcionan unos mayores pagos semestrales o anuales por cupón y suelen ser emitidos por un precio igual o ligeramente superior al principal (es decir, llevan una *prima de emisión*), lo contrario les ocurre a los que se encuentran por debajo, que tendrán menores cupones y su precio de emisión será ligeramente inferior a su principal. Pues bien, al ratio que relaciona el rendimiento actual esperado de cada bono hasta su vencimiento y el rendimiento que debería obtener según la línea de la estructura temporal se le denomina *diferencial de rentabilidad relativa* (DRR). Por lo tanto, DRR puede ser superior o inferior a la unidad, según que el rendimiento del bono se encuentre por encima o por debajo de la línea representativa de la estructura temporal de los tipos de interés. En la figura 5 se muestra un esquema ampliado de lo comentado; los círculos muestran el rendimiento actual ( $r_j$ ) y los puntos negros que se encuentran en la línea de la estructura temporal indican el rendimiento que deberían tener según la misma ( $Y_j$ ).

Así que una vez que el inversor ha ajustado la estructura temporal de los tipos de interés que se espera obtener a partir del próximo año, podrá calcular el rendimiento esperado de un determinado bono sin más que multiplicarlo por su DRR. Si éste tuviese un ratio de 0,985 y el rendimiento esperado según la estructura esperada de los tipos de interés fuese del 12,4%, su verdadero rendimiento esperado sería de 12,214%. Ahora podría recalcular su precio de mercado a fin de año y el rendimiento esperado para el año próximo aplicando las expresiones matemáticas analizadas en este epígrafe.

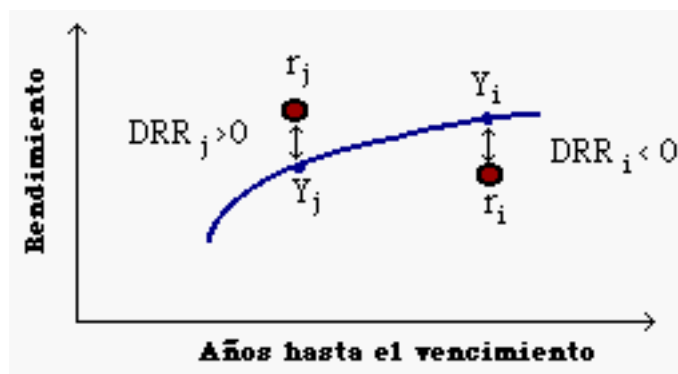


Fig.5 El diferencial de rentabilidad relativa (DRR)



## 2. La estimación de los rendimientos esperados de los bonos empresariales

Para estimar los rendimientos esperados de este tipo de bonos u obligaciones deberemos tener presente que una de las características que los hace diferentes de las emisiones estatales es que tienen una cierta probabilidad de insolvencia dado que las empresas no pueden ofrecer la misma garantía que el Estado y, además, entre ellas mismas hay bastantes diferencias en cuanto a su riesgo financiero.

Una forma de introducir el riesgo en el análisis del rendimiento esperado de los bonos consiste en multiplicar los cobros esperados por intereses por un coeficiente representativo de la certeza en recibir los mismos (al que denominaremos ALFA y que se puede obtener restándole a la unidad la probabilidad de impago) de tal forma que:

$$\text{Intereses esperados} = \text{Intereses prometidos} \times \text{ALFA}$$

donde ALFA será siempre un valor comprendido entre cero y la unidad. Por ejemplo, si para el año próximo esperamos recibir 1,25 euros en concepto de intereses y la probabilidad de impago es del 1%, los intereses esperados serán:  $1,25 \times (1 - 0,01) = 1,2375 \text{ €}$ .

Por supuesto, que otra forma de reducir a condiciones de certeza a la emisión de renta fija empresarial, consiste en añadir una prima de riesgo (**p**) al rendimiento hasta el vencimiento sin riesgo que consideremos más apropiado (**k**), con lo que tendríamos una ecuación del tipo:

$$P = \frac{Q}{(1 + S)} + \frac{Q}{(1 + S)^2} + \dots + \frac{Q + P_n}{(1 + S)^n}$$

donde **s** es igual a **k + p**.

## 3. La valoración de las obligaciones amortizables anticipadamente

Una *obligación amortizable o rescatable anticipadamente* es aquella en la que el emisor tiene el derecho de recomprarla, a un precio prefijado, antes de su vencimiento. En la figura 6 se observan las curvas precio/rendimiento de una obligación normal y de una que será amortizada anticipadamente en cuanto su precio de mercado alcance los 102 euros. La curva precio/rendimiento de la obligación normal tiene forma convexa y refleja la relación inversa entre el precio de una obligación y su rendimiento hasta el vencimiento.

Como se observa, mientras los tipos de interés del mercado se mantengan altos no le interesará al emisor retirar anticipadamente las obligaciones, por lo



que ambas gráficas se asemejan mucho. Pero si los tipos de interés comienzan a descender el máximo precio de mercado que puede alcanzar el bono amortizable es su precio de amortización<sup>1</sup>: 102 euros. Precisamente, cuando los tipos de interés son inferiores a un rendimiento determinado  $r^*$  (que aunque puede ser desconocido sabemos que existe) el precio de mercado de la obligación amortizable se separa de la otra curva y tiende hacia el precio de reembolso anticipado; esta parte del gráfico tiene una forma que se denomina *convexidad negativa* y es indicativa de la *compresión del precio* de este tipo de obligaciones. En conclusión, si los tipos de interés ascienden el comportamiento de ambos tipos de bonos es el mismo, difiriendo si aquéllos descendiesen.

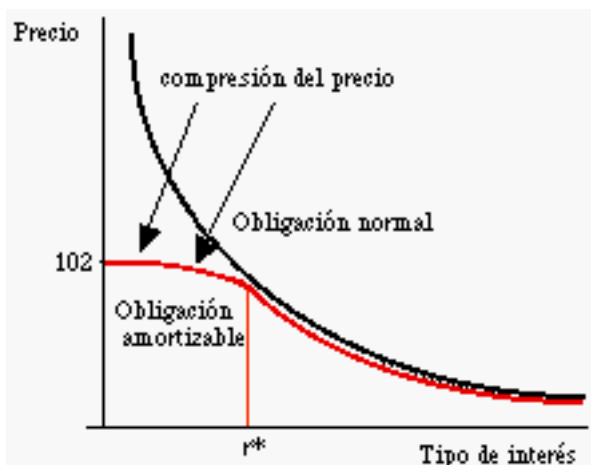


Fig.6 Curvas precio/rendimiento según que la obligación sea normal o amortizable con anticipación en cuanto su precio alcance las 102 euros

Los inversores en este tipo de bonos salen perjudicados tanto porque el precio del bono tiene un "techo" como porque se ven obligados a correr un riesgo de reinversión cuando el bono es rescatado. Por ello estas obligaciones son emitidas bajo la par o bien se emiten a la pagar pero pagando un cupón superior.

El enfoque tradicional a la hora de valorar una obligación amortizable anticipadamente consiste en calcular su rendimiento hasta el vencimiento y compararlo con su rendimiento hasta la primera fecha de amortización; eligiendo como rendimiento de aquélla el más pequeño de ambos valores. Una extensión a este procedimiento consiste en calcular el rendimiento hasta cada fecha de amortización (o hasta cada fecha de pago de los cupones que quedan por recibir), todos ellos se compararán entre sí y con el rendimiento hasta el vencimiento, siendo el más bajo de todos ellos el denominado *rendimiento en lo peor (yield at worse)*, que sería el elegido para realizar el análisis.

**Ejemplo:** Supongamos que una empresa ha emitido un empréstito compuesto por obligaciones de 100 euros que promete pagar un 10% anual, por anualidades vencidas, y al que le restan cinco años de vida. La emisión lleva aparejada la po-

<sup>1</sup> El precio de mercado podría superar el precio de amortización anticipada si aún queda suficiente tiempo para la fecha en que ésta se pueda producir. Lo mismo que les ocurre a las obligaciones normales cuyo precio de mercado puede superar el precio de reembolso si su rendimiento desciende por debajo del tipo de interés del cupón.



sibilidad de ser amortizada anticipadamente dentro de dos años, por un precio de reembolso de 102 euros. Su precio de mercado es actualmente de 104,50 euros.

El rendimiento hasta el vencimiento de dicha obligación se calculará despejando  $r_v$  de la siguiente ecuación:

$$104,5 = \sum_{j=1}^5 \frac{10}{(1+r_v)^j} + \frac{100}{(1+r_v)^5} \Rightarrow r_v = 8,8476\%$$

Por otro lado, el rendimiento hasta la primera fecha de vencimiento ( $r_a$ ) se calculará de la siguiente forma:

$$104,5 = \frac{10}{(1+r_a)} + \frac{112}{(1+r_a)^2} \Rightarrow r_a = 8,4215\%$$

Como  $r_a < r_v$  tomaremos como rendimiento de la obligación 8,4215%. Otra forma de comprobarlo consiste en igualar ambas ecuaciones, despejar  $r$ , y calcular cuál es el precio de la obligación para dicha  $r$ , con lo que obtendremos el denominado *precio de cruce*:

$$\sum_{j=1}^5 \frac{10}{(1+r)^j} + \frac{100}{(1+r)^5} = \frac{10}{(1+r)} + \frac{112}{(1+r)^2} \Rightarrow r = 9,207\%$$

el valor de la obligación para un rendimiento del 9,207% es igual a 103,068 € que es el *precio de cruce*. Como quiera que éste último es inferior al precio de mercado (104,5 euros) representa que hay grandes probabilidades de que la empresa proceda a amortizar la emisión dentro de un par de años.

### 3.3 El enfoque de la teoría de valoración de opciones<sup>2</sup>

Otra forma de enfocar la valoración de una emisión de obligaciones que pudiese ser amortizada prematuramente a discreción de la entidad emisora, consiste en contemplar a dicha inversión en renta fija como una cartera compuesta de dos títulos: uno de ellos será la propia emisión sin tener en cuenta la posible amortización anticipada, mientras que el otro será una opción de compra por parte de la

---

<sup>2</sup> A este enfoque también se le conoce como el *rendimiento ajustado a la opción (option-adjusted yield)*. Debido a que los inversores cotizan estos bonos a través de sus rendimientos comparándolos con los bonos del Estado del mismo plazo es necesario definir el OAS o *diferencial ajustado a la opción* que es el diferencial constante que añadido a los tipos a plazo implícitos se utilizan para descontar los flujos de caja haciendo que el precio teórico del bono sea idéntico al de mercado; dichos flujos de caja han sido ajustados para reflejar la opción implícita. Por tanto, el OAS mide el diferencial de rendimiento de un activo de renta fija que no es atribuible a la opción implícita.

Por ejemplo, un bono amortizable con un vencimiento a 10 años y un cupón del 6% se vende a 116,22. Su TIR es del 4%, si el bono del Estado tiene una TIR del 3,15%, el diferencial será de 85 pb. Si el valor estimado de la opción es 3,64 entonces el valor implícito del bono no rescatable es 119,86 y el rendimiento de éste bono es del 3,6% (rendimiento ajustado a la opción). Así que el OAS es de 45 pb (opuesto al diferencial de 85 pb).



empresa emisora sobre dicho empréstito. Es decir, el inversor posee una *posición larga* en obligaciones y una *posición corta* en opciones de compra. El valor neto de ambas posiciones viene dado por el precio de mercado de la obligación amortizable anticipadamente, que aparecerá publicado en la lista de cotizaciones del mercado de valores. El precio de mercado de la emisión será igual a la diferencia entre el precio de la obligación normal y el valor neto de su posición corta en opciones de compra:

<b>Precio de la obligación amortizable anticipadamente = = Precio de la obligación normal - Valor neto de la opción de compra</b>
---

El primer componente (el precio de la obligación normal) aumentará de valor cuando los tipos de interés desciendan pero dicho aumento será contrarrestado y superado por el aumento del valor del segundo componente (la opción de compra) indicativo de la posibilidad real de amortizar anticipadamente la emisión por parte de la compañía al poder refinanciarla con tipos de interés más bajos. Mientras que si los tipos de interés ascienden, el primer componente descenderá de valor más lentamente que el segundo con lo que el precio del bono se aproximará al de un bono ordinario.

El precio teórico de la obligación normal se calculará descontando los flujos de caja que promete generar a la tasa de rendimiento exigida por el mercado, mientras que el valor de la posición en opciones de compra se puede calcular según el procedimiento que veremos a continuación<sup>3</sup>. Una vez que tengamos ambos valores podremos calcular el precio teórico de la emisión de renta fija con posibilidad de amortización anticipada. Con ello podremos ver si está sobrevalorada o infravalorada.

Las principales diferencias de la valoración de la opción de compra de los bonos por parte de la empresa con relación a la valoración de las opciones sobre acciones ordinarias son:

- a) El precio de ejercicio de la opción puede ser variable
- b) La opción puede tener varias fechas de ejercicio y si no se ejerce en una de ellas bien podría hacerse en la siguiente (es, pues, una opción *bermuda*).
- c) La volatilidad del activo subyacente es decreciente con el tiempo. El precio de las obligaciones oscila cada vez menos conforme se aproxime a su fecha de vencimiento.
- d) El precio no puede exceder del valor de los flujos de caja sin descontar, porque se conseguiría un rendimiento negativo.

<sup>3</sup> En el apéndice A del primer capítulo del libro Satyajit DAS: *Structured Notes and Derivative Embedded Securities*. Euromoney. Londres. 1996, se comentan los principales métodos de valoración de este tipo de opciones: Merton; Ball-Torous; Schaefer-Schwartz; Vasick; Courtadon; Cox-Ingersoll-Ross; Brennan-Schwartz; Hull-White; Heath-Jarrow-Morton; Ho-Lee; Black-Derman-Toy.



- e) El activo subyacente tiene una vida variable (menor si los tipos de interés caen, o igual al plazo de la emisión si ascienden o se mantienen constantes) y no ilimitada como en el caso de las acciones
- f) La prima a pagar por el emisor al vender la opción se encuentra incorporada en el mayor cupón que estas emisiones reparten en comparación con las que no tienen la opción de compra.

Con objeto de dar una idea de cómo se puede valorar dicha opción vamos a mostrar el método binomial tal y como lo hace Augros<sup>4</sup>. La hipótesis básica de este tipo de modelos es que los precios del activo subyacente siguen un proceso binomial multiplicativo. En el caso de las opciones sobre obligaciones asumiremos que el rendimiento durante un período sigue este proceso. Así, pues, el rendimiento (**R**) puede tomar un valor superior **Ru** (dónde **u** es un coeficiente indicativo del crecimiento multiplicativo al alza del rendimiento; **u** > 1) con una probabilidad **p**; mientras que podría tomar un valor inferior **Rd** (dónde **d** es un coeficiente indicativo del decrecimiento multiplicativo a la baja del rendimiento; **d** < 1) con una probabilidad **1-p**. Por otro lado, para cada valor de **R** le corresponderá un valor de la obligación (**B**), que seguirá un proceso binomial idéntico. Ambos diagramas binomiales se pueden representar del modo mostrado en la figura 7:

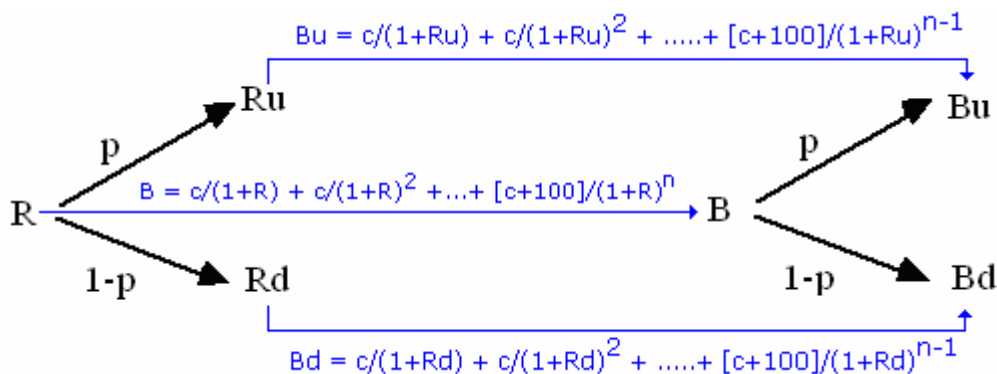


Fig. 7

En la figura 7 representativa del precio de la obligación podríamos haber incorporado el pago del cupón (**c**), sin más que poner **Bu + c** en el caso del ascenso del precio o **Bd + c** en el caso su descenso. Si tenemos que calcular la opción de compra de esta obligación a un precio de ejercicio (precio de reembolso anticipado) y para un único período, el valor de la opción de compra (**C**) vendrá dado en función de los valores **Cu** y **Cd** representativos del valor de la opción en el período siguiente:

<sup>4</sup> Véase AUGROS, J.C.: *Les Options sur Taux d'Interêt*. Economica. París. 1989

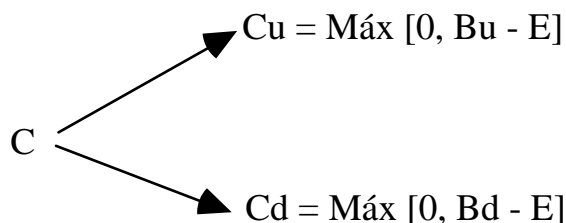


Fig. 8

Se podría construir una cartera de arbitraje a través de la compra de **H** obligaciones y la venta de una opción de compra sobre ellas. El valor de **H** deberá ser tal que el valor de la cartera sea el mismo, tanto si ella asciende de valor:  $H(\text{Bu} + c) - \text{Cu}$ ; como si desciende:  $H(\text{Bd} + c) - \text{Cd}$ . Así, pues el número de obligaciones necesarias para construir dicha cartera será:

$$H(\text{Bu} + c) - \text{Cu} = H(\text{Bd} + c) - \text{Cd}$$

$$\boxed{H = \frac{\text{Cu} - \text{Cd}}{\text{Bu} - \text{Bd}}}$$

Como la cartera de arbitraje no tiene riesgo su rentabilidad deberá coincidir con el tipo de interés libre de riesgo ( $r_f$ ):

$$\text{HB} - \text{C} = \frac{H(\text{Bu} + c) - \text{Cu}}{1 + r_f}$$

o también,

$$\text{HB} - \text{C} = \frac{H(\text{Bd} + c) - \text{Cd}}{1 + r_f}$$

Si, ahora, despejamos **C** en cualquiera de estas dos últimas ecuaciones y sustituimos **H** por su valor, obtendremos el valor de la opción de compra.

Vamos a calcular el valor de la opción de compra del ejemplo mostrado en el subepígrafe anterior a través del método binomial. Recordemos, que se trataba de una obligación de 100 euros de valor nominal que promete pagar un 10% anual, por anualidades vencidas, y a la que le restan cinco años de vida. La emisión lleva aparejada la posibilidad de ser amortizada anticipadamente dentro de dos años, por un precio de reembolso de 102 euros, siendo el tipo de interés actual del 8%.

Si suponemos que la desviación típica de la variación de los tipos de interés<sup>5</sup> es del 10%, el valor del coeficiente **u** según el método binomial es igual a  $e^{0,10} = 1,105$ ; y, por tanto, el coeficiente **d** =  $1/\mathbf{u} = 0,905$ . Por otra parte el tipo

<sup>5</sup> Este valor es importante, pues cuanto más volátil sea el tipo de interés mayor será el valor de la opción; por ello lo ideal es estimar el valor de la desviación típica de la variación de los tipos de interés lo más exactamente posible.



de interés sin riesgo que utilizaremos como valor del rendimiento de la cartera de arbitraje será el tipo de interés continuo que corresponde al 7,5%, es decir,  $e^{0,075} - 1 = 0,07788$ . Con arreglo a estos valores primero obtendremos el árbol de los tipos de interés desde ahora hasta dentro de dos años, para posteriormente calcular el valor equivalente del precio teórico de la obligación normal utilizando dichos tipos de interés y teniendo en cuenta que cada año transcurrido es uno menos en la vida de la obligación.

En la figura 8 se muestra en su parte izquierda el árbol correspondiente a dos períodos de los tipos de interés. Mientras que en la parte de la derecha se observa el precio teórico correspondiente a los tipos anteriormente calculados y teniendo en cuenta que la vida de la obligación se va acortando (por ejemplo, el precio 100,57 €, se ha obtenido calculando el precio teórico de una obligación a la que le quedan tres años de vida y tiene una tasa de rendimiento hasta el vencimiento del 9,77%).

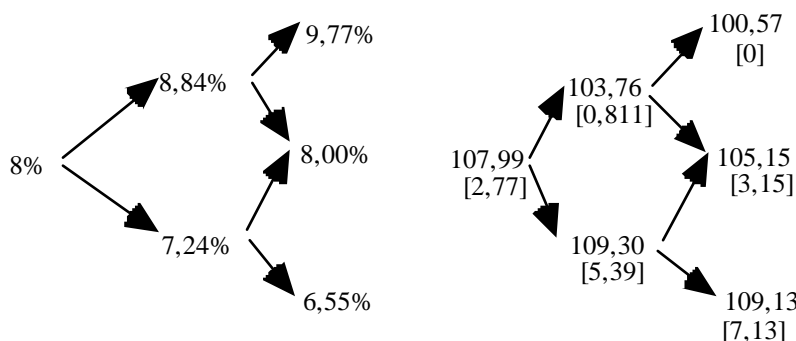


Fig.8 Árbol binomial para el tipo de interés y para su correspondiente precio teórico de la obligación

Los precios teóricos que aparecen a la derecha del árbol correspondiente se utilizan para calcular el valor de la opción en ese instante (dentro de dos años). Para ello restaremos al valor teórico de la obligación su precio de reembolso anticipado (102 euros) teniendo en cuenta que el valor de la opción no puede ser negativo. De esta forma obtendremos el valor intrínseco de la opción de compra correspondiente a cada uno de los tres precios de la obligación en la fecha de amortización anticipada: 0; 3,15; 7,13.

Seguidamente avanzaremos hacia la izquierda del árbol calculando previamente el ratio de cobertura **H** de cada pareja de valores. Así, para los precios teóricos de 100,57 y de 105,15 su ratio de cobertura se calcula:

$$H = \frac{0 - 3,15}{100,57 - 105,15} = 0,6878$$

luego se despeja **C** de la expresión siguiente, obteniéndose un valor de 0,811 €.

$$0,6878 \times 103,76 - C = \frac{0,6878 \times (100,57 + 10) - 0}{1 + 0,07788}$$



A continuación se repetiría la misma operación con el segundo par de valores teóricos: 105,15 y 109,13 de donde obtendríamos un ratio de cobertura  $H = 1$  (lo cual es lógico, puesto que en ambos casos se produciría la amortización anticipada). Sustituyendo este valor en la ecuación que calcula  $C$  obtendríamos un valor de la opción de compra el año precedente de 5,39 €:

$$1 \times 109,3 - C = \frac{1 \times (109,13 + 10) - 7,13}{1 + 0,07788}$$

Para calcular el valor de la opción de compra en la actualidad, primero calcularemos el valor de  $H$  para el primer año:

$$H = \frac{0,811 - 5,39}{103,76 - 109,30} = 0,8265$$

sustituyendo  $H$  por su valor y despejando  $C$  obtendremos un valor de 2,777 €:

$$0,8265 \times 107,99 - C = \frac{0,8265 \times (103,76 + 10) - 0,811}{1 + 0,07788}$$

Resumiendo, con el método binomial hemos obtenido un valor aproximado de la opción de compra de 2,777 euros, que puede dar una idea de por dónde se encuentra el valor real de dicha opción. Este valor se habría obtenido de una forma más exacta si en lugar de trabajar con dos períodos hubiéramos dividido los dos años que transcurren hasta la fecha de la amortización anticipada en 24 subperíodos mensuales.

Por tanto, el valor de la obligación sería igual a su precio en el caso de no incorporar la opción de amortización (107,99 € para un tipo de interés del 8%) menos el valor de la opción (2,777 euros), es decir, 105,213 €.

Como ya comentamos anteriormente, es posible encontrarse con bonos amortizables a gusto de su propietario, es decir, que llevan incorporadas unas opciones de venta que permiten que el inversor los venda a un precio determinado a la empresa emisora durante un período de tiempo prefijado. De esta manera si el tipo de interés del cupón supera al del mercado el obligacionista no amortizará anticipadamente su título; mientras que si ocurriese lo contrario ejercerá su opción de venta sobre el mismo y reinvertirá el dinero recibido a los tipos de interés de mercado. El precio de estas obligaciones será igual a la suma del valor teórico de la obligación normal más el valor neto de la opción de venta:

**Precio de la obligación amortizable anticipadamente por su propietario =  
= Precio de la obligación normal + Valor neto de la opción de venta**

Como resultado de todo esto, el precio teórico de este tipo de título será mayor o igual que el de uno que no tenga incorporada dicha opción de venta y, por lo tanto, su rendimiento será igual o menor que el de éste último.



## 4. La valoración de las obligaciones convertibles

Una *obligación convertible*<sup>6</sup>, es una obligación clásica que permite a su propietario cambiarla por un número determinado de acciones ordinarias durante un plazo de tiempo determinado y a un precio prefijado. Es un tipo de *título híbrido* porque se compone de dos activos financieros como son: una obligación normal (que proporciona unos flujos de caja fijos) y una opción que permite permutar ésta última por un número determinado de acciones ordinarias (que proporcionan unos flujos de caja variables incluidas las ganancias de capital esperadas).

En el momento de la emisión de las obligaciones convertibles, la compañía emisora cobrará el precio de emisión menos los costes implicados en ésta. Estos últimos se denominan *costes de emisión (flotation costs)* que engloban tanto las comisiones a los bancos de inversión que actúan como intermediarios –costes explícitos-, como el descenso del precio de mercado de los otros activos financieros que la empresa haya emitido anteriormente y que se ven perjudicados de alguna manera al realizarse esta nueva emisión -costes implícitos-. Es importante resaltar que éste es el único instante en el que la empresa recibe dinero de los inversores, puesto que si éstos se deciden a convertir sus títulos de deuda por títulos de propiedad no pagarán nada a la empresa emisora al tratarse de una simple permuta de activos financieros<sup>7</sup>.

Los términos de la conversión figuran en la *escritura de emisión* de las obligaciones. Además, es conveniente saber que, en España, este tipo de obligaciones no se pueden emitir bajo la par, ni su valor nominal ser inferior al de las acciones ordinarias de la compañía emisora (art. 292 LSA). Por otra parte, en el momento de su emisión hay que tener en cuenta que los accionistas actuales y los propietarios de obligaciones convertibles antiguas, tendrán derecho preferente de suscripción de las mismas (art. 293 LSA)<sup>8</sup>.

### 4.1 Características de las obligaciones convertibles

- *El ratio de conversión*. Es el número de acciones ordinarias por las que se puede intercambiar la obligación (figurará en la escritura de emisión). Puede ser indicado explícitamente (un ratio de 5 indicará la posibilidad de cambiar una obligación por cinco acciones ordinarias), o implícitamente,

---

<sup>6</sup> En algunos Estados existen las *acciones preferentes convertibles* que permiten su canje por acciones ordinarias. Su análisis es similar al de las obligaciones convertibles debido al parecido existente entre las obligaciones y las acciones preferentes. También existe la posibilidad de emitir obligaciones convertibles por acciones ordinarias de otras empresas distintas a la emisora (que, generalmente, posee un importante paquete de acciones de las otras). En España existe la posibilidad de convertir acciones ordinarias en preferentes y, también, es posible convertir acciones con voto en acciones sin voto y viceversa. No es posible en nuestro ordenamiento jurídico convertir acciones ordinarias en obligaciones porque ello conllevaría la reducción del capital social de forma obligatoria.

<sup>7</sup> En este punto conviene resaltar la sutil diferencia, desde el punto de vista financiero entre conversión y canje. La primera tiene lugar cuando las acciones ordinarias que se entregan surgen de una ampliación de capital creada al efecto, mientras que la segunda se produce cuando dichas acciones ya han sido emitidas con anterioridad y forman parte de la autocartera de la sociedad. La diferencia radica pues en la procedencia de las acciones ordinarias que se van a intercambiar por las obligaciones.

<sup>8</sup> Un amplio estudio sobre las *obligaciones convertibles* desde el punto de vista legal puede consultarse en CACHON, José E.: *Derecho del Mercado de Valores I*. Dykinson. Madrid. 1992. Págs.: 251-276



a través *del precio de conversión*, sin más que dividir el valor nominal de la obligación convertible entre el precio de conversión:

$$\text{ratio de conversión} = \frac{\text{valor nominal de la obligación convertible}}{\text{precio de conversión}}$$

Si, por ejemplo, disponemos de una obligación convertible cuyo valor nominal es de 100 euros y que tiene un precio de conversión de 10 euros por acción, podemos calcular fácilmente su ratio de conversión: 10 acciones ordinarias. Otras veces el precio de conversión puede estar en función del valor de cotización de las acciones ordinarias más un descuento que actúa como endulzante para el inversor, por ejemplo: "cotización media de las acciones ordinarias del último trimestre menos un 15%". Si dicha cotización fuese, por ejemplo, de 10 euros el ratio de conversión de las obligaciones convertibles sería igual a:

$$100 \div (10 \times 0,85) = 11,76 \text{ acciones.}$$

- *El valor de conversión*. Es el valor de mercado de las acciones ordinarias por las que se tiene derecho a convertir la obligación. Se puede calcular multiplicando el ratio de conversión por el valor de mercado de la acción. Así, por ejemplo, si el ratio de conversión es igual a 11,76 acciones y el precio de mercado de cada una de éstas es de 10 euros, el valor de conversión será igual a 117,6 euros (compárese con el valor nominal de la obligación que es de 100 euros).
- *Valor de la obligación ordinaria*. Es el precio al que se vendería la obligación convertible si careciese de ésta última característica. Se calcula de terminando el valor actualizado de los cupones y el principal de una emisión de obligaciones ordinarias utilizando como tasa de actualización el rendimiento mínimo requerido por el mercado para una emisión de obligaciones ordinarias del mismo plazo y riesgo.
- *El período de conversión*. Es el plazo a lo largo del cual es posible ejercer el derecho de conversión (figurará en la escritura de emisión).
- *La prima de conversión*. Es la diferencia entre el precio de mercado de la obligación convertible y el mayor de los dos precios siguientes:
  - a) el valor de mercado de la obligación ordinaria
  - b) el valor de conversión.

En muchos casos, el precio de conversión se sitúa entre un 10% y un 30% por encima del precio de mercado de las acciones ordinarias en el momento de la emisión de las obligaciones convertibles. Además, en ocasiones, el precio de conversión es escalonado de tal manera que conforme transcurra la vida de la obligación convertible, dicho precio va aumentando progresivamente.

Las emisiones de obligaciones convertibles deberán incorporar en la escritura de emisión un mecanismo de protección para el inversor en caso de que el ratio de conversión o el precio de conversión se vean perjudicados por desdoblamientos del nominal de las acciones ordinarias (*splits*), dividendos en forma de acciones, ampliaciones de capital, etcétera. Este mecanismo consiste en alterar el



ratio de conversión (o el precio de conversión) de tal manera que la riqueza del inversor se mantenga inalterada<sup>9</sup>.

#### **4.2 Razones para emitir obligaciones convertibles**

Uno de los motivos básicos por los que se emiten las obligaciones convertibles es que los tipos de interés que pagan son independientes del nivel de riesgo de la institución emisora. Efectivamente, un aumento del nivel de riesgo de la empresa provoca un incremento en el rendimiento exigido por los inversores a la obligación normal que forma parte del título convertible. Pero, por otro lado, este aumento del riesgo beneficia a la volatilidad del precio de la acción ordinaria y, por tanto, a la opción de conversión; cuanto mayor sea el riesgo y la volatilidad del precio de la acción ordinaria, mayor será la probabilidad de que la característica de conversión tenga un valor positivo antes de su fecha de expiración. Este aumento del riesgo y de la volatilidad hacen aumentar el valor de la opción de compra de acciones que forma parte del título convertible y, por tanto, contrarresta el perjuicio que causa a la parte formada por la obligación ordinaria.

La emisión de obligaciones convertibles permite a la empresa endeudarse con unos costes financieros más bajos que en el caso de las obligaciones normales (además, las convertibles suelen tener menores cláusulas de protección que éstas), claro que esta ventaja se pierde al efectuarse la conversión.

Este tipo de obligaciones suele estar subordinado a las emisiones de deuda clásicas como los préstamos bancarios, los préstamos hipotecarios y las obligaciones normales. La entidad emisora, al utilizar obligaciones convertibles para financiarse, puede dejar espacio libre para recurrir a la deuda clásica cuando le haga falta.

Por otro lado, este tipo de emisiones permite vender acciones ordinarias a un precio superior al que rija en el mercado en el momento de producirse la emisión de las obligaciones convertibles. Aunque esta ventaja puede jugar en contra del emisor si el precio de sus acciones aumenta demasiado, porque las estará colocando en el mercado a un precio mucho menor del que conseguiría si realizase una ampliación de capital en este momento. Por otro lado, si el precio de las acciones no asciende y la conversión no interesa, la empresa emisora tendrá que hacer frente a una deuda cuyo plazo real es mayor que el previsto inicialmente.

Es normal que las obligaciones convertibles lleven incorporada una cláusula de amortización anticipada a favor del emisor (ésta característica, en especial, fue analizada en el epígrafe anterior). Esta cláusula permite forzar a los obligacionistas a convertir sus títulos en acciones ordinarias cuando el precio de conversión sea inferior al precio de mercado. Si esto último se produce, los inversores tendrán miedo de que sus obligaciones sean rescatadas antes de su vencimiento, con lo que perderán la posibilidad de hacerse con las acciones a buen precio; por ello, cuando se aproxime la fecha de amortización anticipada (que figurará en la escritura de emisión), si creen que es conveniente para la

---

<sup>9</sup> Un ejemplo de sistema de protección contra la dilución producida al existir una ampliación de capital durante el período de conversión de la obligación puede consultarse en la obra de José E. CACHON, que figura en la bibliografía (páginas: 265-270).



empresa proceder a la misma, se lanzarán a convertir sus obligaciones por acciones ordinarias.

### 4.3 La valoración de las obligaciones convertibles.

Ya ha quedado claro que la obligación convertible se compone de una obligación normal y una opción de conversión, por ello su valor teórico es superior o igual al de una obligación normal. Esto se puede comprobar al observar como tanto los cupones como el rendimiento hasta el vencimiento de las obligaciones convertibles suelen ser inferiores a los de las obligaciones ordinarias. Como se aprecia en la figura 9 el mínimo valor del bono u obligación convertible (en inglés se le denomina *floor value*) viene dado por el mayor de los dos valores siguientes: el valor de conversión o el valor de la obligación normal. Si, por ejemplo, el valor de conversión es el mayor de los dos y el precio de mercado de la obligación convertible fuese inferior a éste usted podría adquirir el título, convertirlo inmediatamente y conseguir un beneficio sin riesgo.

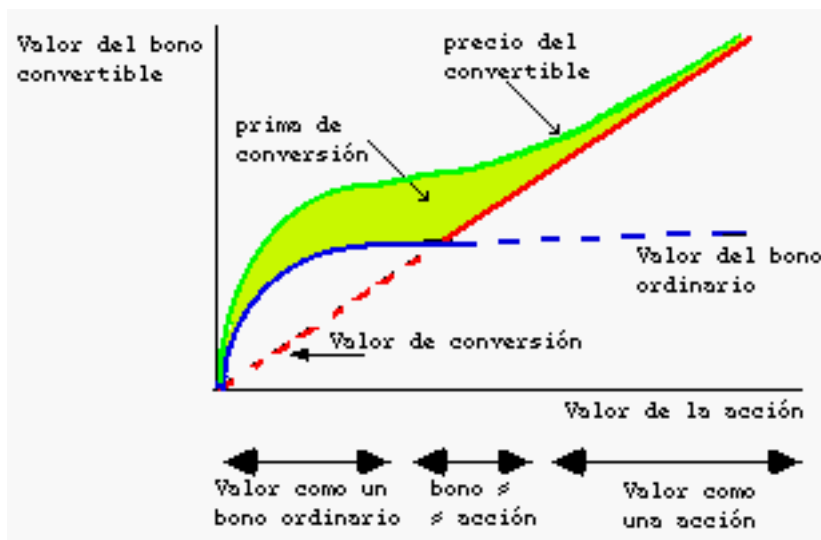


Fig.9 La relación entre los precios de mercado de la obligación convertible y de la acción ordinaria

El modelo de valoración de una obligación convertible combina el valor teórico de una obligación normal, con el valor teórico de las acciones a entregar a cambio de dicha obligación en el momento de la conversión. Como sabemos, el valor teórico de la obligación ordinaria viene dado por la expresión ( $C$  es el valor del cupón;  $P_n$  es el precio de reembolso; y  $k$  es la tasa de rendimiento mínima requerida):

$$P_0 = \sum_{j=1}^n \frac{C}{(1+k)^j} + \frac{P_n}{(1+k)^n}$$

mientras que el *valor de conversión* en la fecha de la misma ( $VC_t$ ) dependerá del precio de mercado actual de las acciones de la compañía ( $S_0$ ), de la tasa espe-



rada de crecimiento anual y acumulativo de las mismas ( $g$ ) y del ratio de conversión ( $RC$ ):

$$VC_t = S_0 \times (1+g)^t \times RC$$

Así que combinando ambas expresiones y sustituyendo, en la fecha de conversión, los cupones que restan por pagar más el precio de reembolso por el mayor de los dos siguientes valores: el valor de conversión ( $VC_t$ ) y el valor del bono ordinario en la fecha de conversión ( $P_t$ ), obtendremos el valor teórico de la obligación convertible en el momento actual:

$$P_0 = \sum_{j=1}^t \frac{C}{(1+k)^j} + \frac{\text{Máx} [VC_t; P_t]}{(1+k)^t}$$

**Ejemplo:** Una compañía ha emitido hace un año unas obligaciones convertibles con un plazo de diez años, su valor nominal es de 100 euros y paga un cupón de 10 euros anuales. La obligación puede convertirse por tres acciones ordinarias una vez transcurridos cinco años desde el comienzo de la emisión. El precio actual de las acciones de la compañía es de 34 euros por acción y se espera que crezca a una tasa media anual y acumulativa del 7%. La tasa de descuento apropiada es del 9%. Calcularemos el precio teórico de la obligación convertible suponiendo que su propietario toma la decisión de convertirla, o no, en acciones en la primera fecha posible.

El precio actual de la obligación normal (no se olvide que ha transcurrido un año desde la emisión, luego a la obligación le quedan nueve años de vida) es igual a:

$$P_0 = \sum_{j=1}^9 \frac{10}{(1,09)^j} + \frac{100}{(1,09)^9} = 106 \text{ euros}$$

Ahora procederemos a calcular el valor de conversión de la emisión dentro de cuatro años, que es la primera de las fechas posibles para convertir la emisión:

$$VC_4 = S_0 \times (1+g)^t \times RC = 34 \times (1,07)^4 \times 3 = 133,7 \text{ €}$$

Luego el precio intrínseco de la obligación convertible será:

$$P_0 = \sum_{j=1}^4 \frac{10}{(1,09)^j} + \frac{133,7}{(1,09)^4} = 127,11 \text{ euros}$$

y, como se aprecia, el valor de la opción de conversión es igual a 21,11 euros (127,11 - 106).



#### 4.3.1 La valoración a través de la binomial

A estas alturas ha quedado claro que el valor teórico de la obligación convertible es igual a la suma del valor teórico de la obligación equivalente más la opción de compra de acciones que le acompaña.

<b>Precio de la obligación convertible = Precio de la obligación normal + Valor neto de la opción de compra</b>
---

La valoración de la opción en la práctica es difícil de aplicar debido a las siguientes razones:

- a) El precio de conversión suele aumentar con el tiempo lo que quiere decir que el precio de ejercicio de la opción cambia. Además, puede haber diferentes fechas de conversión, es decir, varias fechas de vencimiento de la opción.
- b) Las acciones pueden pagar diversos dividendos a lo largo de la vida de la obligación convertible lo que complica aún más el análisis de la valoración de la opción.
- c) Muchas obligaciones convertibles son también amortizables anticipadamente a gusto del emisor de las mismas.

Sin embargo, vamos a aplicar el modelo binomial de valoración de opciones, con la modificación de Merton para el caso de reparto de dividendos, a un ejemplo para ver un método aproximado de valoración de la opción de compra implícita en las obligaciones convertibles. Para ello utilizaremos los datos del ejemplo anterior a los que añadiremos alguno más como: la tasa de rendimiento sin riesgo para cuatro años de plazo es del 7%, la tasa de rendimiento para una obligación del mismo riesgo que el aquí presente y para un plazo de cinco años a partir del cuarto año desde ahora se espera que sea del 8%, la volatilidad anual media de la acción ordinaria es del 25% y la tasa de rendimiento sobre dividendos en forma continua es del 3%.

Ya sabemos que el valor teórico de la obligación normal (nueve años de vida y un rendimiento hasta el vencimiento del 9%) es de 106 euros, ahora vamos a ver cuánto valdrá la obligación dentro de cuatro años en la primera fecha de conversión posible (tipo de interés: 8%):

$$P_5 = \frac{10}{(1,08)} + \frac{10}{(1,08)^2} + \frac{10}{(1,08)^3} + \frac{10}{(1,08)^4} + \frac{110}{(1,08)^5} = 108 \text{ euros}$$

Convertir las obligaciones dentro de cuatro años implicaría sacrificar unos flujos de caja valorados en 108 euros a cambio de tres acciones, o lo que es lo mismo, 36 euros por acción. Este último es el precio de ejercicio de la opción de compra.

Si embargo el valor actual del activo subyacente es 34 euros sin tener en cuenta el reparto futuro de dividendos; si lo tenemos en cuenta, a través del modelo de Merton, obtendremos:



$$S = 34 e^{-\delta t} = 34 e^{-0,03 \times 4} = 30,1553 \text{ €}$$

que indica el valor actual del activo subyacente después de descontarle los dividendos futuros previstos.

En la figura 10 se muestra el árbol binomial representativo del valor actual de las acciones sin dividendos. El árbol se ha construido multiplicando cada valor por un coeficiente de ascenso -u- que es igual a  $e^{\sigma} \times e^g = e^{0,25} \times e^{0,07} = 1,3771$  y por uno de descenso -d- que es igual a  $e^{-\sigma} \times e^g = e^{-0,25} \times e^{0,07} = 0,8353$ . Obsérvese que en el cálculo de ambos coeficientes se ha incluido la tasa de crecimiento anual medio acumulativa que, recordemos, era del 7%. El árbol se extiende durante cuatro años.

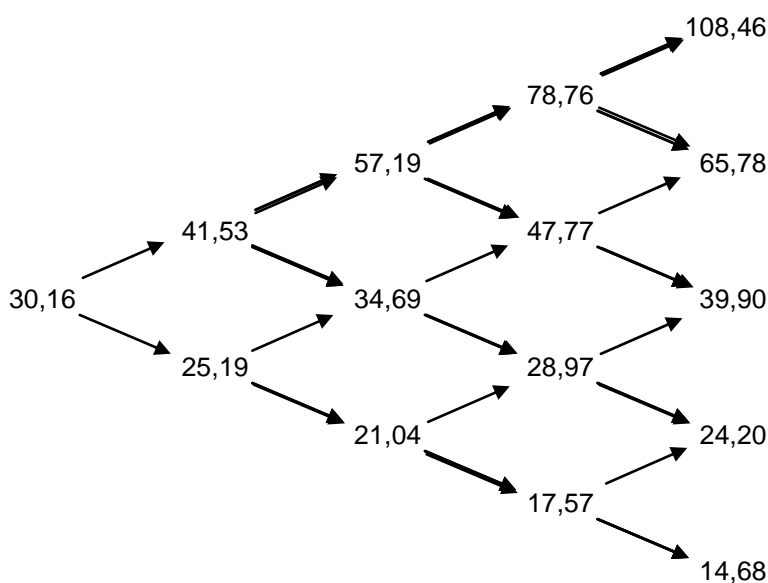


Fig. 10 Árbol binomial

Una vez dibujado el árbol binomial, y teniendo en cuenta que la primera fecha de conversión es dentro de cuatro años, procederemos a comparar el valor que, en dicha fecha de conversión, tendrá la acción con respecto al que tendrá el precio de ejercicio. Si aquél es mayor que éste calcularemos la diferencia, que es el valor intrínseco de la opción de compra, en caso contrario, el resultado será cero. Así, por ejemplo, el valor de 108,46 € será comparado con el precio de ejercicio 36 € y como aquél es mayor calcularemos el valor intrínseco de la opción 72,46 €. Vea en la figura 11 (en verde) como dicho valor aparece el primero en la columna de más a la derecha. Sin embargo, si el valor del subyacente fuese 24,20 € al ser inferior a los 36 € del precio de ejercicio el valor intrínseco es nulo<sup>10</sup>. De esta manera obtendremos los valores intrínsecos de la opción de compra

<sup>10</sup> Recuerde que la opción proporciona un derecho, no una obligación, y el valor de un derecho sólo puede ser positivo o nulo, nunca negativo (porque los derechos se ejercen o no se ejercen y se supone que se ejercen sólo cuando se obtiene un beneficio o satisfacción).



dentro de cuatro años que figuran en verde en la primera columna de la derecha de la figura 11.

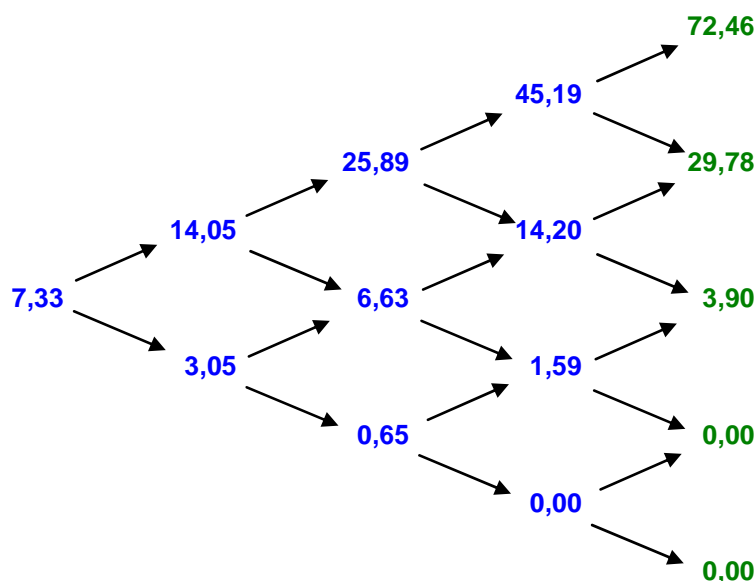


Fig.11 Valor de la opción de compra

Ahora calcularemos, de forma recursiva, el valor de la opción en cada uno de los periodos moviéndonos de derecha hacia izquierda. Para ello primeramente deberemos calcular el valor de las “probabilidades neutrales al riesgo” que indican las ponderaciones que el modelo asigna a cada ascenso y a cada descenso. Así, la probabilidad de ascenso será, siempre que la volatilidad se mantenga constante, igual a:

$$p = \frac{e^{rf} - d}{u - d} = \frac{e^{0,07} - 0,8353}{1,3771 - 0,8353} = 0,4378 = 43,78\%$$

mientras que la de cada descenso será igual a  $1 - p = 56,22\%$ . Por tanto, el primer valor de la opción de compra en el año tercero será igual a obtener la media ponderada de los dos valores que puede tomar en el cuarto año, actualizada un periodo al tipo de interés sin riesgo continuo:

$$c_{uuu} = \frac{72,46 \times p + 29,78 \times (1 - p)}{e^{0,07}} = 45,19 \text{ €}$$

el siguiente valor sería:

$$c_{uud} = \frac{29,78 \times p + 3,90 \times (1 - p)}{e^{0,07}} = 14,20 \text{ €}$$

y el tercer valor de ese año sería:



$$c_{\text{udd}} = \frac{3,90 \times p + 0 \times (1 - p)}{e^{0,07}} = 1,59 \text{ €}$$

y el último valor de ese año toma un valor nulo porque su valor a finales del cuarto año también lo es. El mismo procedimiento utilizaríamos para calcular el valor teórico de la opción de compra al final del segundo año (25,89 €; 6,63 €; y 0,65 €), al final del primero (14,05 € y 3,05 €), llegando así al momento actual cuyo valor se calcularía de igual manera:

$$c = \frac{14,05 \times p + 3,05 \times (1 - p)}{e^{0,07}} = 7,33 \text{ €}$$

Por tanto, 7,33 € es el valor de la opción de compra de una única acción y como cada obligación convertible concedía el derecho a adquirir tres acciones su valor sería el triple, es decir, 21,99 €.

Luego el precio del título convertible será igual a:

$$P_0 = 106 + 21,99 = 127,99 \text{ €}.$$

Es conveniente resaltar, que en este tipo de valoración es muy importante la elección de la volatilidad de la acción ordinaria, el rendimiento con riesgo esperado a partir de la fecha de la conversión<sup>11</sup>, y el rendimiento sobre dividendos.

Es muy posible que este valor sea algo inferior al real debido a que sólo hemos tenido en cuenta la posibilidad de convertir la obligación en la primera fecha de conversión y no en las restantes. Para resolver este problema de una forma más exacta se podría aplicar un proceso binomial, con las correspondientes modificaciones y, en todo caso, no hay que olvidar que el valor de la obligación convertible dependerá, fundamentalmente, de la salud de la empresa emisora, de las expectativas que el mercado tenga sobre los beneficios futuros de la empresa y de la volatilidad de los tipos de interés.

## 5. La obligación convertible y rescatable anticipadamente

Muchas empresas emiten obligaciones convertibles con la característica adicional de que pueden ser rescatadas con anticipación. Cuando esto último ocurre los obligacionistas pueden elegir entre convertir sus títulos en acciones ordinarias o entregárselos a la compañía emisora a cambio de la cantidad de dinero estipulada en el folleto de emisión.

Una cuestión interesante es cuándo debería el equipo directivo rescatar las obligaciones convertibles. La respuesta es que cualquiera que sea la política seguida por la directiva debe ir en el interés de los accionistas. Teniendo en cuenta

---

<sup>11</sup> Para esto es conveniente disponer de los tipos de interés a plazo implícitos esperados a partir de la fecha de conversión, que se obtendrán a través de la estructura temporal de los tipos de interés.



que el valor de los fondos propios (E) es igual a la diferencia entre el valor de la empresa (V) menos el de las deudas (D), aquél se maximiza minimizando el de los bonos convertibles. Esto sucederá cuando el equipo directivo elija una política de conversión que minimice el valor de la opción de conversión. Y esto último se consigue rescatando las obligaciones tan pronto como la opción de conversión sea del tipo "dentro de dinero", esto es, cuando el valor de conversión supere al precio de amortización anticipada. Entonces, parece lógico suponer, que los obligacionistas convertirán sus títulos porque el valor de conversión es, al menos, tan grande como el precio de amortización.

Veamos un ejemplo. La evolución del valor de una empresa durante los próximos dos años viene definida por el árbol binomial que aparece en la figura 12

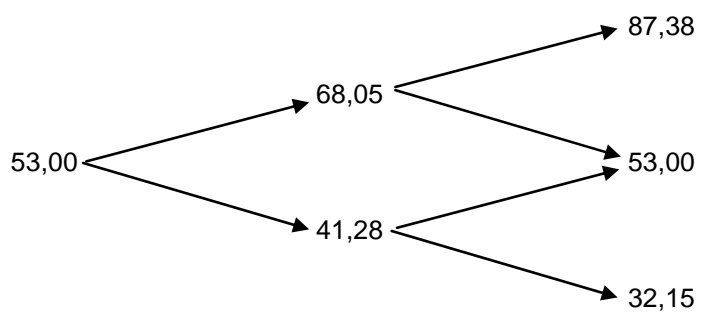


Fig. 12

Suponga que la empresa ha emitido sólo una acción y una obligación convertible. Ésta tiene un valor nominal de 30 y debe ser reembolsado al final del año 2. La obligación es cupón-cero y puede amortizarse anticipadamente al final del año 1 por un precio de 31. El ratio de conversión es 1:1.

Omitiendo la opción de rescate anticipado el valor del bono puede extraerse del árbol binomial anterior y cuyo resultado se observa en la figura 13. Si el valor de la empresa es 87,38 y el de la deuda es 30 y se procediese a convertir a ésta última en acciones su valor sería de 43,69; por tanto, se optaría por la conversión. Si el valor de la empresa es 53, el valor de conversión sería la mitad (habría dos acciones): 26,5 valor que es inferior a los 30 del nominal del bono; luego no se optaría por la conversión. En el último caso el valor de conversión sería de 16,075 mientras que el nominal es de 30 por lo que no se convertiría.

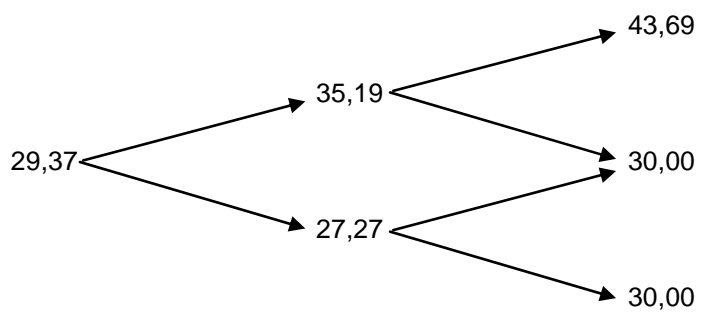


Fig.13



Una vez establecida la última columna del árbol binomial avanzaríamos hacia la izquierda sabiendo que la probabilidad neutral al riesgo de ascenso es igual al 63,58% y que el tipo sin riesgo es del 10% anual. El valor actual de la obligación convertible es de 29,37.

Ahora introduzcamos la opción de rescate anticipado. Para ello calcularemos el valor de conversión al final del año 1. La decisión es rescatar anticipadamente cuando el valor de conversión supere al precio del rescate. Partiendo de la figura 12, el valor de conversión al final del año 1 puede ser de 34,025 ( $=68,05/2$ ) en el caso de ascenso y de 20,64 ( $=41,28/2$ ) en el caso de descenso. Sólo en el primer caso el valor de conversión supera al precio de rescate anticipado (31) por lo que tendría lugar éste último lo que induciría a los obligacionistas a convertir su título en acciones antes de que se lo amorticen. En la figura 14 se puede observar el árbol binomial resultante de estas decisiones.

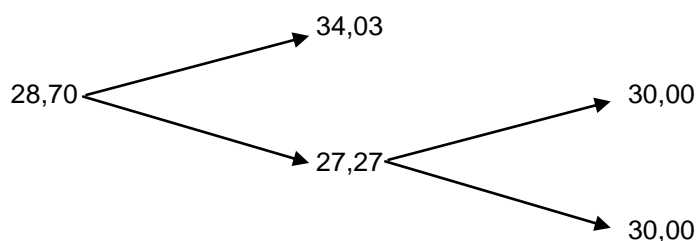


Fig.14

Como se observa en la figura 14 el árbol está podado en la rama superior puesto que estamos valorando la obligación convertible y justo en dicha rama ya se ha convertido así que a partir de ahora será una acción cuyo valor es de 34,03 (fíjese que a su propietario le interesaría seguir teniendo la obligación convertible puesto que ella vale 35,19 si no fuese porque se la van a rescatar anticipadamente lo que le obliga a convertir perdiendo 1,16). El valor actual de la obligación convertible y rescatable anticipadamente es igual a 28,7.

La opción de rescate anticipado vale  $29,37 - 28,7 = 0,67$ . Mientras que la opción de conversión es igual a  $29,37 - 30 \times (1,1)^{-2} = 4,58$ .

## Bibliografía

- ALLEN, Steven y KLEINSTEIN, Arnold: *Valuing Fixed-Income Investments & Derivative Securities*. New York Institute of Finance. 1991
- AUGROS, J.C.: *Les Options sur Taux d'Interêt*. Economica. París. 1989
- BALL, C.A., y TOROUS, N.N.: "Bond Prices Dynamics and Options". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Dic. 1983. Págs.: 517-532
- BLACK, Fischer y SCHOLES, Myron: "Valoración de Opciones y de Pasivos de una Empresa". *Análisis Financiero* nº 53. 1991. Págs.: 18-27
- BODIE, Zvi; KANE, Alex y MARCUS, Alan: *Investments*. Irwin. Homewood (Ill). 1993.
- BOSSAERTS, Peter y Odergaard, Bernt: *Lectures on Corporate Finance*. World Scientific. Singapur. 2001



- BRENNAN, M., y SCHWARTZ, E.: "Conditional Predictions of Bond Prices and Returns". *Journal of Finance*. May. 1980. Pp.: 405-416
- COURTADON, G.: "The pricing of options on default-free bonds". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Marzo. 1992. Págs.: 75-100
- DAS, Satyajit: *Structured Notes and Derivative Embedded Securities*. Euromoney. Londres. 1996
- DATTATREYA, Ravi y FABOZZI, Frank: "Un Modelo Simplificado para Valorar Opciones sobre Deuda". *Análisis Financiero* nº 53. 1991. Págs.: 52-65
- DIEZ, Luis y MASCAREÑAS, Juan: *Ingeniería Financiera*. McGraw Hill. Madrid. 1994 (2ª ed.)
- ELTON, Edwin y GRUBER, Martin: *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. John Wiley. Nueva York. 1991
- FABOZZI, Frank y FONG, Gifford: *Advanced Fixed Income Portfolio Management. The State of the Art*. Probus. Chicago. 1996
- FABOZZI, Frank: *Bond Markets. Analysis and Strategies*. Prentice Hall. 1996 (3ª ed.)
- FARRELL, James: *Portfolio Management*. McGraw Hill. Nueva York. 1997 (2ª ed.)
- FERNANDEZ, Pablo: "Bonos y Obligaciones Convertibles en España". *Análisis Financiero* nº 54. 1991. Págs.: 31-37
- FISHER, Lawrence: "Determinants of Risk Premium on Corporate Bonds". *Journal of Political Economy*, 67, nº 3. June. 1959. Págs.: 217-237
- FRANCIS, Jack: *Management of Investments*. McGraw Hill. Nueva York. 1993.
- GALAI, Dan y SCHNELLER, Mier: "Pricing Warrants and the Value of Firm". *Journal of Finance* 33. Dic. 1978. Págs.: 1333-1342
- GEMMILL, Gordon: *Options Pricing*. McGraw Hill. Berkshire. 1993
- HAUGEN, Robert: *Modern Investment Theory*. Prentice Hall. Englewood Cliffs. (NJ). 1990. Págs.: 376-389.
- HENDERSHOTT, P., y KIDWELL, D.: "The Impact of Relative Security Supplies". *Journal of Money, Credit and Banking*. August. 1978
- JONES, Philip y MASON, Scott: "Deuda Convertible en Acciones". *Análisis Financiero* nº 54. 1991. Págs.: 18-30
- LAMOTHE, Prosper y Pérez, Miguel: *Opciones Financieras y Productos Estructurados*. McGraw Hill. Madrid. 2006
- MASCAREÑAS, Juan: *Innovación Financiera*. McGraw Hill. Madrid. 1999
- MEDUS, Jean-Louis: *Ingénierie financière et opérations à effets de levier*. Les Editions d'Organisation. París. 1991
- RAY, Christina: *The Bond Market*. Irwin. Homewood (Ill.). 1993
- ROSEN, Lawrence: *The McGraw Hill Handbook of Interest, Yields, and Returns*. McGraw Hill. Nueva York. 1995
- SCHAFFER, S.M. y SCHWARTZ, E.S.: "Time dependent variance and the pricing of bond options". *Journal of Finance*. Dic. 1987. Págs.: 1113-1128
- SHARPE, William; ALEXANDER, Gordon y BAILEY, Jeffrey: *Investments*. Prentice Hall. Englewood Cliffs (NJ). 1995.
- VAN HORNE, James: *Financial Market Rates and Flows*. Prentice Hall. Englewood Cliffs (NJ). 1990.
- ZWICK, Burton: "Yields on Privately Placed Corporate Bonds". *Journal of Finance*. March. 1980. Págs.: 23-29