



# Ejercicios sobre valoración de activos financieros con opciones implícitas

© Juan Mascareñas

Universidad Complutense de Madrid

Versión inicial: dic. 09 - Última versión: ene. 10

## 1. Acciones y Deuda

International Packaging SA (IPSA) es una empresa que se dedica a fabricar envases y embalajes, y hasta la fecha no ha tenido deuda exceptuando la deuda comercial con sus proveedores. Su valor actual de mercado es de 87 millones de euros pero este valor tiene una volatilidad del 34% anual. Este dato se ha calculado tomando como referencia otras compañías de su sector que, a diferencia de IPSA, sí cotizan en Bolsa.

Sus directivos están pensando en sustituir unos 40 millones de los fondos propios por deuda cupón-cero, que venza dentro de 5 años y que pagará un interés del 5% anual.

Sabiendo que el tipo de interés sin riesgo es del 4% anual, los directivos desean saber cuánto valdrán actualmente las acciones de la empresa (ahora mismo hay un millón de acciones emitidas) y si el cupón ofrecido refleja realmente el riesgo asumido por los acreedores.

### Solución

El precio actual de las acciones es de  $87.000.000 \text{ €} / 1.000.000 \text{ accs} = 87 \text{ €/acc}$

Si se compran 40 millones de euros en acciones querrá decir que se han comprado:

$40.000.000 \text{ €} / 87 \text{ €/acc} = 459.770 \text{ accs}$ .

Por otra parte IPSA debe hacer frente a unos pagos (entre principal e intereses) dentro de 5 años de:

$40.000.000 \times (1,05)^5 = 51.051.263 \text{ €}$

$S = 87.000.000 \text{ €}$

$X = 51.051.263 \text{ €}$

$t = 5 \text{ años}$

$\sigma = 34\% \text{ anual}$

$r_f = 4\% \text{ anual}$

Datos del quinquenio:

$\sigma = 0,34\sqrt{5} = 76\%$

$U = e^{\sigma} = e^{0,76} = 2,138$

$D = 1/U = 0,468$

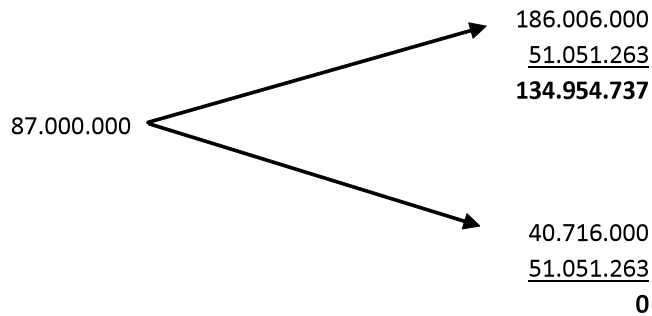
$r_f = (1,04)^5 - 1 = 21,67\%$

$$p = \frac{1,2167 - 0,468}{2,138 - 0,468} = 44,83\%$$

Valor de IPSA optimista dentro de cinco años:

$87.000.000 \times U = 186.006.000$

Valor de IPSA pesimista dentro de cinco años:  
 $87.000.000 \times D = 40.716.000$



Valor actual de los Fondos Propios de IPSA:  
 $VA(E) = [134.954.737 \times p + 0 \times (1-p)] / 1,2167 = 49.724.837 \text{ €}$

Como después de recomprar las 459.770 acciones aún quedan emitidas 540.230 acciones, el precio unitario de cada una de éstas será igual a:  
 $49.724.837 \text{ €} / 540.230 \text{ accs} = \mathbf{92,04 \text{ €/acc}}$

El valor teórico actual de la deuda será igual a  $VA(IPSA) - VA(E) = VA(D)$ :  
 $87.000.000 - 49.724.837 = 37.275.163 \text{ €}$

El tipo de interés que debería haber exigido la deuda es:  
 $37.275.163 \text{ €} \times (1 + i)^5 = 51.051.263 \text{ €} \rightarrow \mathbf{i = 6,5\%}$

En conclusión, el 5% de interés anual del cupón, que paga la deuda, infravalora el riesgo asumido y por ello el valor teórico de la deuda es inferior al nominal lo que hace aumentar el valor de las acciones al mantenerse invariable el valor de IPSA. El cupón debería haber sido del 6,5% nominal anual.

## 2. Acciones y Deuda

Te, Café y Otras Infusiones SA (TECOISA) es una empresa dedicada a la comercialización de cualquier tipo de infusiones cuyo valor actual medio es de 65 millones de euros. Este valor tiene una volatilidad del 30% anual. Además, TECOISA tiene emitida una deuda del tipo cupón-cero que deberá pagar dentro de tres años 30 millones de euros.

Sabiendo que la empresa tiene emitidas cinco millones de acciones y que el tipo de interés sin riesgo es del 4% anual. Calcular:

- 1º. El valor teórico de una acción de la compañía.
- 2º. El valor teórico de la deuda y su prima de riesgo de insolvencia.
- 3º. Se está pensando en emitir deuda subordinada cupón-cero (sólo cobrará si antes lo ha hecho la deuda principal de la empresa) a tres años en cuyo momento habrá que pagar 15 millones de euros. Con el dinero emitido actualmente se recomprará la parte equivalente de los fondos propios para así

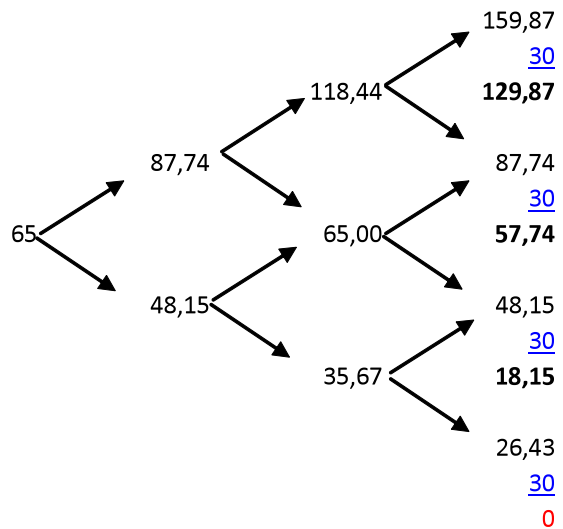
mantener inalterable el valor del activo. ¿Cuál sería el valor teórico de esta deuda?, ¿Cuál sería el nuevo valor de la acción? ¿Cuál sería la prima de riesgo de insolvencia de dicha deuda subordinada?.

**Solución**

Primero veremos la evolución del valor de la empresa año a año a través de un árbol binomial. Una vez estimados los posibles valores de TECOISA dentro de tres años pasamos a ver si su valor supera o no a los 30 millones que deberá pagar a los acreedores en dicha fecha; es decir, calcularemos el valor intrínseco de los fondos propios en ese instante.

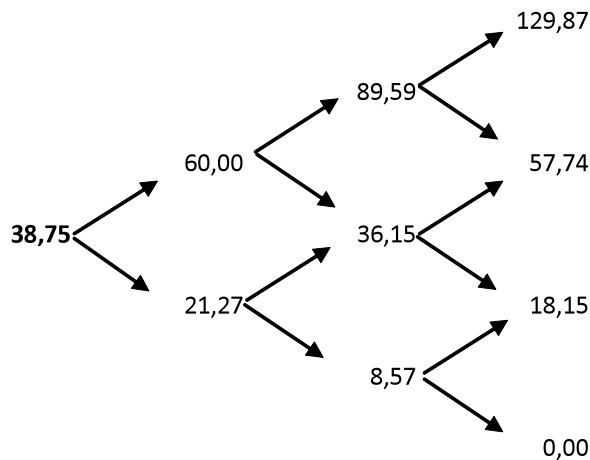
S = 65 mill €  
 X = 30 mill. €  
 t = 3 años  
 $\sigma = 30\%$  anual  
 $r_f = 4\%$  anual  
 $U = e^{\sigma} = e^{0,30} = 1,35$   
 $D = 1/U = 0,741$

$$p = \frac{1,04 - 0,741}{1,35 - 0,741} = 49,12\%$$



Una vez establecido el valor intrínseco nos moveremos hacia la izquierda calculando el valor medio de los fondos propios utilizando las “probabilidades neutrales al riesgo”. Así, por ejemplo,

$$92,05 = [129,87 \times p + 57,74 \times (1-p)] / 1,04$$



El valor actual de los fondos propios es de 38,75 mill. € lo que implica que si hay emitidas 5 millones de acciones, el valor unitario de éstas es igual a:

$$38,75 \text{ mill. €} / 5 \text{ mill. accs} = \underline{\underline{7,75 \text{ €/acc.}}}$$

El valor teórico actual de la deuda es igual a:

$$VA(D) = VA(\text{TECOISA}) - VA(E) = 65 - 38,75 = \underline{\underline{26,25 \text{ mill. €}}}$$

La tasa de rendimiento de la deuda es:

$$26,25 \times (1 + k_i)^3 = 30 \rightarrow k_i = (30/26,25)^{(1/3)} - 1 = 4,55\%$$

La prima de riesgo de insolvencia anual es:

$$4,55\% - 4\% = \underline{\underline{0,55\%}}$$

En cuanto a la nueva deuda (15 millones) lo primero es estimar el número de acciones que se recomprarían:

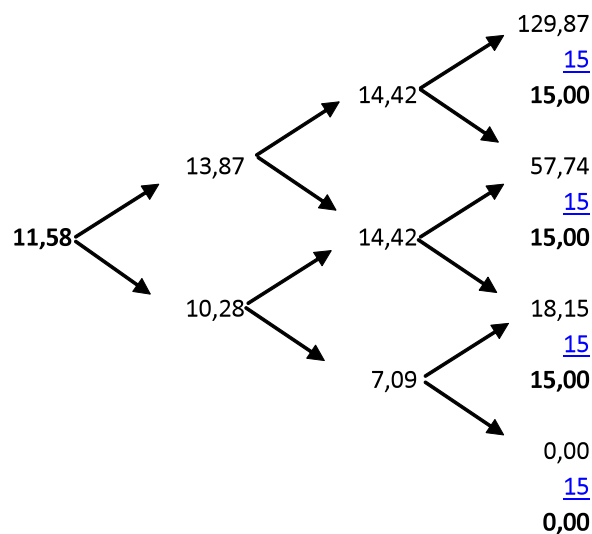
$$15.000.000 \text{ €} / 7,75 \text{ €/acc} = 1.935.484 \text{ acc.}$$

$$\text{Luego quedarán } 5.000.000 - 1.935.484 = 3.064.516 \text{ acciones.}$$

La nueva deuda sólo se pagará si queda dinero después de pagar a la deuda principal, es decir, si el valor de la empresa supera los 30 millones que es necesario pagar de ésta última. Para ver si esto es posible debemos construir un árbol binomial en el que figure en la columna de la derecha la siguiente expresión matemática (VE es el valor de TECOISA en cada escenario):

$$\text{Min}(VE - 30 ; 15)$$

que en el árbol figura desagregada para mejorar su comprensión. Primero figura  $\text{Max}(VE-30 ; 0)$  y luego se le resta 15:  $\text{Min}[\text{Max}(VE-30 ; 0) ; 15]$ . Así en el primer caso aparece  $\text{Max}(159,87 - 30 ; 0) = 129,87$  y luego  $\text{Min}(129,87 ; 15) = 15$  reflejando que después de pagar los 30 millones de la deuda principal el activo aún vale 129,87 por lo que hay suficiente dinero para pagar los 15 de la deuda subordinada.



Ahora vamos al final de la última columna de la derecha. Tendremos  $\text{Max}(26,43 - 30 ; 0) = 0$ ; es decir, no queda dinero para pagar la deuda subordinada.

Una vez que disponemos del valor intrínseco de la deuda subordinada dentro de tres años nos desplazamos hacia la izquierda utilizando las probabilidades neutrales al riesgo y la tasa de descuento libre de riesgo. Al final el valor teórico actual de la deuda subordinada será igual a **11,58 millones de euros**.

El rendimiento de ésta es igual a  $k_{i2} = (15/11,58)^{(1/3)} - 1 = 9,01\%$  anual. Esto implica una prima de riesgo de insolvencia anual del  $9,01\% - 4\% = 5,01\%$ . Prima que refleja una probabilidad<sup>1</sup> del 13,17% de no cobrar absolutamente nada.

En cuanto al nuevo valor de la acción de TECOISA lo primero será saber el valor teórico de los fondos propios:

$$65 - 26,25 - 11,58 = 27,17 \text{ mill. } \text{€}$$

Después dividiremos el valor de los fondos propios entre el número de acciones:

$$27,17 / 3,064516 = \mathbf{8,866 \text{ €/acc.}}$$

### 3. Warrants (stock options)

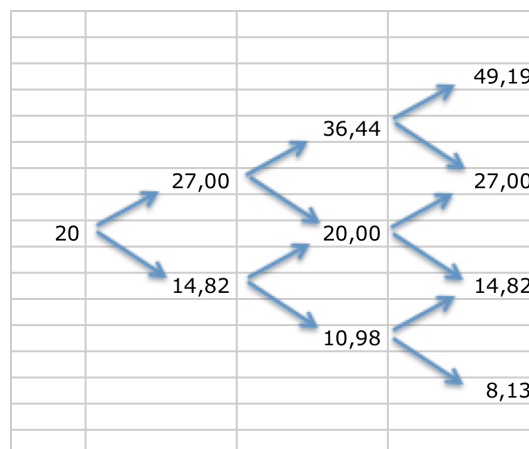
La empresa GameCraft SA tiene emitidas 700.000 acciones ordinarias, que tienen un precio de mercado unitario de 20 €. Con objeto de incentivar a sus principales directivos, sus accionistas han decidido emitir 10.000 warrants. Cada uno de estos da derecho a adquirir 5 acciones de la empresa dentro de tres años a un precio de 25 € cada una. La volatilidad de las acciones de la empresa es del 30% anual y el tipo de interés sin riesgo para un plazo de tres años es del 4% anual. Con estos datos se pide calcular el valor teórico de los warrants y el valor de la dilución.

#### Solución

Lo primero es ver la posible evolución del valor de la acción en los próximos tres años. Para ello obtendremos los coeficientes U y D:

$$U = e^{\sigma} = e^{0,3} = 1,35$$

$$D = 1/U = 1/1,35 = 0,74$$



<sup>1</sup>  $(1-p)^3 = (1-0,4912)^3 = 13,17\%$

Al llegar al tercer año los directivos decidirán si ejercen o no sus warrants; lo harán si el precio de la acción supera los 25 € y en caso contrario renunciarán a ello. Ahora bien, si se diera el primer caso su ganancia no sería:  $49,19 - 25 = 24,19$  € o  $27 - 25 = 2$  €, como parecería lógico, porque hay que contar con el efecto dilución. Veamos cómo funciona.

En el escenario más optimista el valor de las acciones es 49,19 €; como hay emitidas 700.000 acciones, el valor de todas las acciones antiguas de la empresa es 34.433.000 €. Luego se ejercerían los warrants: 5 acciones a 25 € cada una por 10.000 warrants, total 1.250.000 €. Así que el valor de los fondos propios será igual a 35.683.000 €. Este valor habrá que dividirlo por el número de acciones: 700.000 antiguas y 50.000 nuevas, es decir, 750.000; el resultado es igual a 47,58 €. Luego la ganancia real de los directivos en este caso es:

$$47,58 - 25 = 22,58 \text{ €}$$

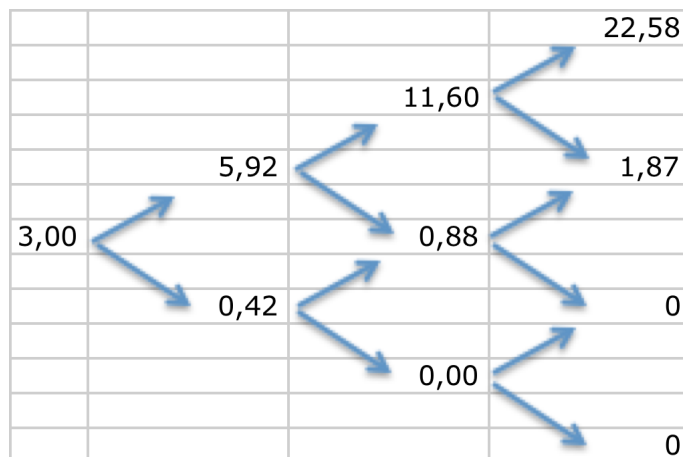
En el siguiente escenario el valor de las acciones antiguas es igual a  $27 \times 700.000 = 18.900.000$  € al que hay que sumarle 1.250.000 € de las nuevas acciones; total: 20.150.000 €. Este valor dividido entre 750.000 acciones da 26,87 €. El beneficio de los directivos sería...

$$26,87 - 25 = 1,87 \text{ €}$$

En los otros dos escenarios los directivos no ejercerían sus warrants así que su beneficio sería nulo.

Ahora nos desplazaremos desde la derecha hacia la izquierda multiplicando cada valor de las ganancias de los directivos por sus probabilidades neutrales al riesgo. Por cierto, éstas son:

$$p = \frac{1,04 - 0,74}{1,35 - 0,74} = 49,2\% \text{ y } 1-p = 50,8\%$$



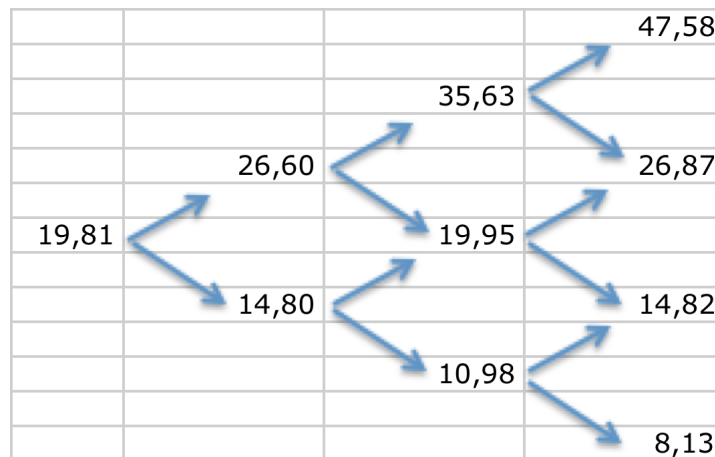
Así, por ejemplo, el valor final de 3 €/acc se obtiene:

$$(5,92 \times p + 0,42 \times (1-p)) / 1,04 = 3 \text{ €}$$

Como cada warrant da derecho a adquirir 5 acciones su valor actual será de **15 €**.

Si ahora quisiéramos ver el impacto que tiene la futura dilución en el valor actual de la acción de GameCraft no tendríamos más que sustituir en la columna de la derecha de la figura anterior el valor de la ganancia de los directivos por el valor de la acción de la empresa después de la conversión (valor que ya calculamos más arriba para los dos primeros escenarios; en los otros dos no varía el precio porque los warrants no se ejercerán).

Una vez rellena la última columna nos movemos hacia la izquierda multiplicando por las probabilidades neutrales al riesgo y actualizando al tipo sin riesgo hasta dar con un valor actual de la acción de 19,81 €. Esto implica un descenso de **0,19 €** debido a la futura dilución del valor de las acciones.



#### 4. Obligaciones convertibles

TechnoLab SA va a realizar una emisión de obligaciones convertibles. Cada obligación tendrá un valor nominal de 1.000 €, un cupón anual del 5% y un plazo de seis años; además, posibilitará al final del tercer año su convertibilidad en acciones de la empresa –si así lo desea su propietario- a razón de 100 acciones por obligación. Si no se convirtiesen hay otra oportunidad al final del cuarto año con las mismas condiciones.

El tipo de interés de mercado de una obligación ordinaria de seis años de plazo es del 5% anual. Mientras que el tipo de interés, que se espera exista dentro de tres años, para una emisión de obligaciones de tres años de plazo se estima en el 6% anual, la misma cifra que para una emisión de dos años de plazo emitida dentro de cuatro años.

Las acciones de la empresa valen ahora mismo 11 euros y su volatilidad media es del 25% anual. El tipo de interés sin riesgo es del 3% anual. Con arreglo a estos datos se desea saber el valor actual de dicho tipo de obligaciones.

#### Solución

Primeramente calcularemos el valor actual de la obligación como si no fuera convertible. En este caso es fácil porque al coincidir el valor del cupón con el del tipo de interés de mercado -5% anual- el valor de la obligación es el mismo que su nominal: 1.000 €.

En cualquier caso, el cálculo se haría de la siguiente forma (sabiendo que el cupón es igual a  $1.000 \text{ €} \times 5\% = 50 \text{ €}$ ):

$$P_0 = \frac{50}{1,05} + \frac{50}{1,05^2} + \frac{50}{1,05^3} + \frac{50}{1,05^4} + \frac{50}{1,05^5} + \frac{1.050}{1,05^6} = 1.000 \text{ €}$$

Por otra parte, el valor esperado de la obligación al final del tercer año se estima va a ser igual a (recuérdese que el tipo de interés de mercado es del 6% anual):

$$P_3 = \frac{50}{1,06} + \frac{50}{1,06^2} + \frac{1.050}{1,06^3} = 973,27 \text{ €}$$

Mientras que el valor de la obligación en el cuarto año se estima igual a (el tipo de interés de mercado se estima del 6%):

$$P_4 = \frac{50}{1,06} + \frac{1.050}{1,06^2} = 981,67 \text{ €}$$

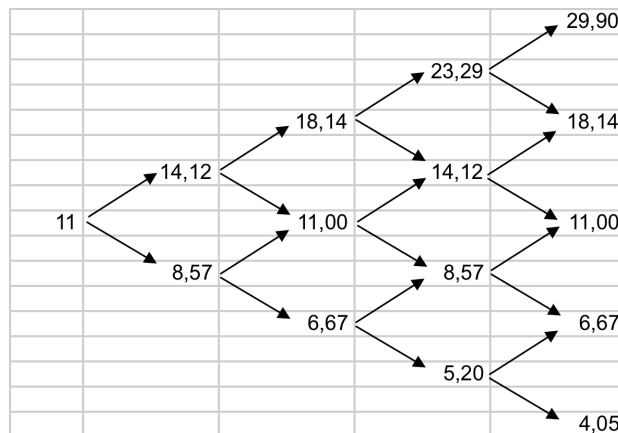
Una vez calculados los valores de la obligación en el tercero y cuarto año vamos a calcular el precio de ejercicio de las opciones de compra de acciones. Es decir, lo que deja de percibir el inversor si convierte su obligación en acciones en el tercer año o en el cuarto.

En el caso del tercer año, como por cada obligación se entregan 100 acciones, cada acción tiene que valer como mínimo:  $973,27 / 100 = 9,73 \text{ €}$ , es decir, si la acción vale, en ese momento, más de esa cantidad entonces interesará convertir la obligación. Por lo que respecta al cuarto año el valor mínimo de la acción para realizar la conversión será igual a:  $981,67 / 100 = 9,82 \text{ €}$ .

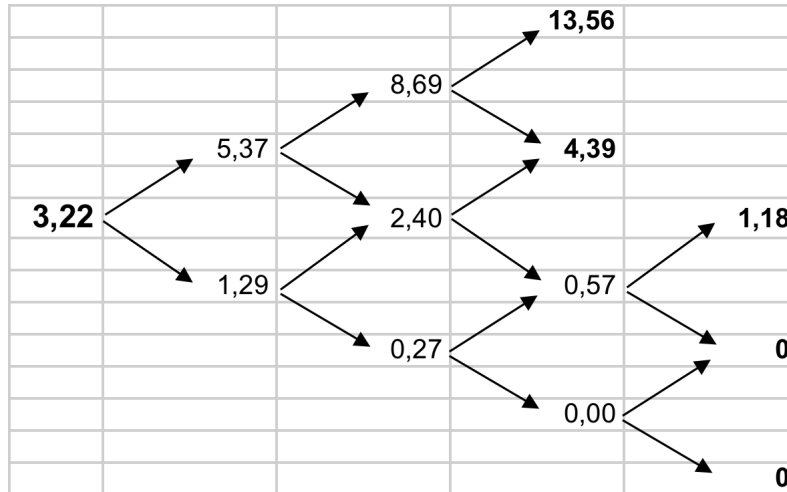
El siguiente paso es ver la evolución del valor de la acción ordinaria de TechnoLab durante los próximos cuatro años a través de un árbol binomial. Para ello debemos calcular los coeficientes de crecimiento (U) y decrecimiento (D):

$$U = e^{\sigma} = e^{0,25} = 1,284$$

$$D = 1/U = 0,779$$



Al llegar el final del tercer año (1ª fecha conversión) hay dos posibles escenarios en los que se convertiría el bono -23,29 y 14,12- obteniendo una ganancia de 13,56 y 4,39 euros, respectivamente. Y hay otros dos escenarios en que no se convertiría -8,57 y 5,20-. Al llegar al final del cuarto año las flechas o caminos, que parten de los dos escenarios en los que ya se ha ejercido la conversión, carecen de sentido; por tanto, sólo es posible entonces ejercer la conversión en el escenario de 11 € obteniendo un beneficio de  $11 - 9,82 = 1,18$  €



En la figura anterior se observan los cinco valores de partida que reflejan las ganancias potenciales unitarias que se pueden obtener en el caso de ejercer la opción de conversión (tres casos: 13,56 y 4,39 en el año 3º y 1,18 en el 4º) y de no ejercerla (0 en dos ocasiones en el 4º año).

Ahora calcularemos las probabilidades neutrales al riesgo:

$$p = \frac{1,03 - 0,779}{1,284 - 0,779} = 49,72\% \text{ y } 1-p = 50,28\%$$

Ahora nos iremos desplazando desde la derecha hacia la izquierda utilizando las probabilidades neutrales al riesgo y actualizando al 3% anualmente hasta llegar al año 0 donde obtendremos un valor de 3,22 €/acc.

Como al ejercer la conversión se entregan 100 acciones el valor de la opción de conversión será igual a  $100 \text{ acc.} \times 3,22 \text{ €/acc.} = 322 \text{ €}$ .

Luego el valor de la obligación convertible será igual a sumar el valor actual de la obligación ordinaria más el valor actual de la opción de conversión:

$$P_0 (\text{conv}) = 1.000 + 322 = \underline{\underline{1.322 \text{ €}}}$$