

1. Comprueba que la fuente del potencial vector en el 'gauge' de Coulomb es la componente transversal o solenoidal de la corriente, \mathbf{J}_t (tal que $\nabla \cdot \mathbf{J}_t = 0$).

2. La relación constitutiva que expresa el vector polarización \mathbf{P} en función del campo eléctrico \mathbf{E} , en presencia de un campo estático aplicado \mathbf{B}_0 , puede incluir diversas contribuciones de \mathbf{E} , sus derivadas temporales y \mathbf{B}_0 . Usando argumentos de simetría y razonamiento físico comprueba que la expresión más general, correcta hasta segundo orden en \mathbf{B}_0 es:

$$\frac{1}{\epsilon_0} \mathbf{P} = \chi_0 \mathbf{E} + \chi_1 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \times \mathbf{B}_0 + \chi_2 (\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{B}_0) \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \chi_3 \left(\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \cdot \mathbf{B}_0 \right) \mathbf{B}_0$$

3. Estudia la reflexión de una onda plana sobre un plano conductor, con ángulo de incidencia θ , en el caso de polarización de la onda paralela a la superficie. Analiza la onda estacionaria formada y comprueba que se puede introducir otro plano conductor a cierta distancia del primero, sin perturbar la configuración de campos. Estudia (por comparación con la guía rectangular) las características de la guía de placas paralelas así formada.

3. Un túnel se comporta como una guía de ondas. Para un túnel de sección aproximadamente rectangular, de dimensiones 8 m x 3.5 m,

a) Halla el rango de frecuencias para las cuales se propaga solo el modo TE_{10} .

b) Explica por qué las señales de radio AM no se reciben dentro del túnel. ¿Pueden recibirse las FM? ¿Por encima de qué frecuencia?

4. En una guía de ondas de sección cuadrada, de lado a y paredes perfectamente conductoras, se propaga un campo electromagnético que tiene componentes de campo eléctrico:

$$E_x = E_{x0} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{i(kz - \omega t)}$$

$$E_y = E_{y0} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{i(kz - \omega t)}$$

$$E_z = E_{z0} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{i(kz - \omega t)}$$

a) ¿Qué relación debe haber entre E_x , E_y , E_z para que sea un modo TM puro?. Identifica cuál es el modo y calcula la frecuencia f_0 a la que deja de propagarse.

b) Indica qué otros modos pueden propagarse a frecuencias por encima de f_0 .

c) Calcula la densidad de energía electromagnética, promediada en el tiempo, por unidad de longitud en la guía.

5. Para una onda electromagnética progresiva en el vacío, el campo eléctrico en el sistema de laboratorio, tiene la expresión $\mathbf{E} = E_0 e^{i(kx - \omega t)} \mathbf{u}_y$.

a) ¿Existirá algún sistema de referencia en el que el campo sea solamente eléctrico o solamente magnético?

Cuando la onda se observa desde un sistema de referencia que se mueve con velocidad $\mathbf{v} = v \mathbf{u}_x$,

b) La fase es invariante. Da alguna razón que lo justifique.

c) Halla las amplitudes y direcciones de los campos eléctrico y magnético en el nuevo sistema de referencia.

6. Por un conductor cilíndrico, infinitamente largo, de radio a , fluye una corriente I . De la superficie del conductor se desprende un electrón cuya velocidad inicial v_0 está dirigida a lo largo del conductor. Halla la distancia máxima a la que el electrón se alejará del eje del cilindro

7. En un cierto sistema de referencia S se tiene un campo electromagnético uniforme \mathbf{E} , \mathbf{B} . Se quiere encontrar un sistema S' en el que $\mathbf{E}' \parallel \mathbf{B}'$. ¿Tendrá este problema solución siempre? ¿Es ésta única? Halla la velocidad \mathbf{v} de S' respecto a S y determina \mathbf{E}' y \mathbf{B}' .

8. Dos planos paralelos Σ^+ y Σ^- cargados con $\sigma^+ = \sigma$ y $\sigma^- = -\sigma$ respectivamente, se mueven, el primero con velocidad \mathbf{v}' , paralela al plano, y el segundo alejándose del primero con velocidad \mathbf{v} , perpendicular al plano. Analiza las fuerzas sobre ambos planos de carga y comprueba que no son iguales y opuestas. Discute este resultado.

9. El experimento de Trouton y Noble (1903) intentaba establecer la existencia de un sistema de referencia privilegiado, midiendo el momento (torque) resultante sobre las placas de un condensador cargado en movimiento. Analiza el resultado previsible de este experimento, utilizando el modelo simplificado constituido por dos cargas iguales y opuestas, mantenidas a una distancia fija por una barra rígida que las conecta.

10. Un solenoide superconductor infinito de radio R , con n espiras por unidad de longitud y recorrido por una corriente I , es concéntrico con dos tubos cilíndricos de carga Q y $-Q$, y radios a y b . La carga está uniformemente distribuida sobre las superficies cilíndricas y ambos tubos tienen una longitud $l \gg b > R > a$. El conjunto se encuentra en reposo y puede girar sin fricción alrededor del eje común. En un instante dado, la temperatura del superconductor se sube lentamente hasta alcanzar la temperatura de transición al estado no superconductor.

a) Determina el momento angular mecánico final del sistema.

b) Comprueba que su valor coincide con la variación que experimenta el momento angular electromagnético.

11. Una onda electromagnética incide perpendicularmente a la superficie plana de un medio, con coeficiente de reflexión r . Halla la presión que ejerce sobre dicha superficie. Investiga la posibilidad de navegar a vela utilizando el viento solar (presión de radiación), sabiendo que en las proximidades de la tierra la intensidad de radiación es de 1350 W/m^2 . (Una propuesta razonable sugiere usar un polímero muy ligero, kapton, de $2 \mu\text{m}$ de espesor, recubierto con una capa de $10 \mu\text{m}$ de aluminio para confeccionar la vela, cuya masa por unidad de superficie sería de 30 g/m^2). [<http://www.kp.dlr.de/solarsail/Welcome.html>]

12. Una carga Q distribuida uniformemente en una esfera de radio R , se mueve con velocidad \mathbf{v} constante respecto al sistema de laboratorio S . Calcula el momento y la energía debidos a su campo electromagnético:

a) Por transformación a S de la energía y el momento en el sistema propio S' .

b) Por cálculo directo en el referencial S .

Discute las discrepancias que surgen entre ambos cálculos. Se supone $v \ll c$ de forma que la distribución mantiene su simetría esférica en S .

13. Un protón se mueve a lo largo del eje X en un sistema referencial inercial, con velocidad uniforme $0.8c$. Un segundo protón se mueve a lo largo del eje Y con velocidad uniforme $0.6c$. El segundo protón está en una posición $y = 10^{-4} \text{ m}$ cuando el primero está en el origen. Calcula la magnitud y dirección de las fuerzas eléctrica y magnética en ese instante.

14. Calcula la potencia radiada en el estado fundamental del átomo de hidrógeno si el electrón se comporta como una partícula puntual en una órbita circular, obedeciendo a las leyes de

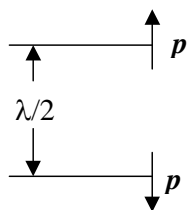
movimiento clásicas. ¿Cuál sería el tiempo de vida aproximado para este modelo? (Puede admitirse que la componente radial del movimiento del electrón es lenta, de forma que la radiación en cada instante es prácticamente la de un movimiento circular. Analiza las condiciones de validez de esta aproximación. Radio inicial del átomo = 5×10^{-11} m.)

15. Dos cargas iguales, de signos contrarios, describen una órbita circular con frecuencia angular ω , manteniéndose en puntos diametralmente opuestos. Estudia la radiación emitida, observada desde un punto alejado de la trayectoria. Halla la distribución angular de la radiación y la potencia total radiada en aproximación no relativista ($v \ll c$).

16. Una partícula cargada genera campos y por tanto, en principio, una auto-acción. Considera una partícula cargada, con simetría esférica, que se mueve con velocidad $v \ll c$. Determina la fuerza que ejerce sobre ella misma y escribe su ecuación de movimiento en un campo externo,

a) despreciando efectos retardados.
b) considerando velocidad finita de propagación de los campos c , pero incluyendo solamente términos lineales en el retardo $t - t'$. Considera el límite de una partícula puntual.

17. Se tienen dos dipolos puntuales separados $\lambda / 2$ y oscilando en oposición de fase como se muestra en la figura.



a) Determina los campos de radiación y la potencia media radiada por unidad de ángulo sólido.

b) Halla la directividad del sistema.

(Sugerencia: para calcular la integral que da el valor de la potencia media es útil el cambio de variable $\frac{\pi}{2} \cos \theta = \frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{2}$).

18. Un cuadrupolo lineal oscilante consta de cargas $-e$, $+2e$, $-e$, en las posiciones, sobre el eje z , a $\cos \omega t/2$, 0 , $-a \cos \omega t/2$ respectivamente. Calcula los campos a gran distancia y la potencia media total radiada.

19. Una antena lineal de longitud d está excitada por una distribución de corriente en onda progresiva $I(z') = I_0 \exp(ikz')$.

a) Halla el potencial vector.

b) Determina los campos de radiación y la potencia radiada por unidad de ángulo sólido.

20. Utilizando las aproximaciones multipolares más bajas, determina los campos electromagnéticos en la zona lejana,

a) para una carga e que se mueve con velocidad uniforme no relativista en una órbita circular de radio a . Analiza la polarización de la radiación y halla la potencia media radiada.

b) para dos cargas idénticas que se mueven a lo largo del círculo, manteniéndose en posiciones diametralmente opuestas.

21. Una pequeña espira con la forma de triángulo equilátero de lados de longitud a está recorrida por una corriente I_0 de frecuencia angular ω . Debido a que $\omega a \ll c$, puede suponerse que la corriente en cualquier instante es la misma en toda la espira. Halla, en el orden de aproximación más bajo, el diagrama de radiación y la potencia total radiada por la espira.