



Econometría II

Modelización de rendimientos de renta fija en el Reino Unido

Miguel Jerez y Sonia Sotoca

Universidad Complutense de Madrid

Marzo 2004

Índice

Introducción

Modelización de los rendimientos

- Niveles
- Diferencias

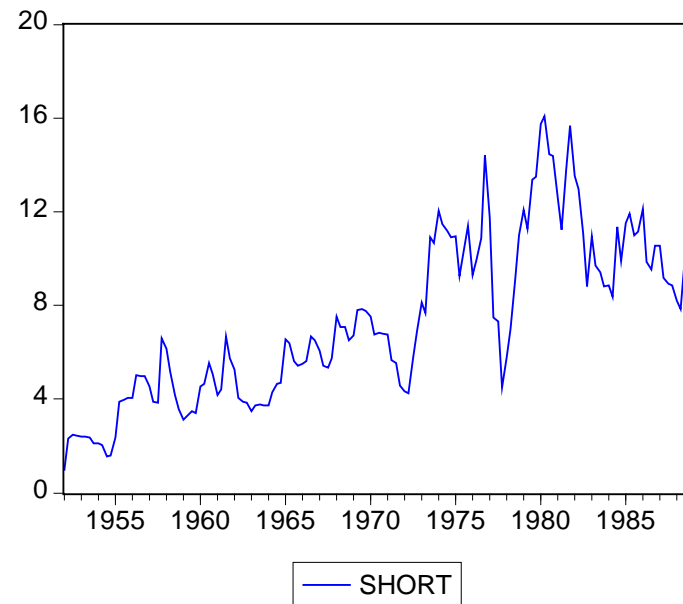
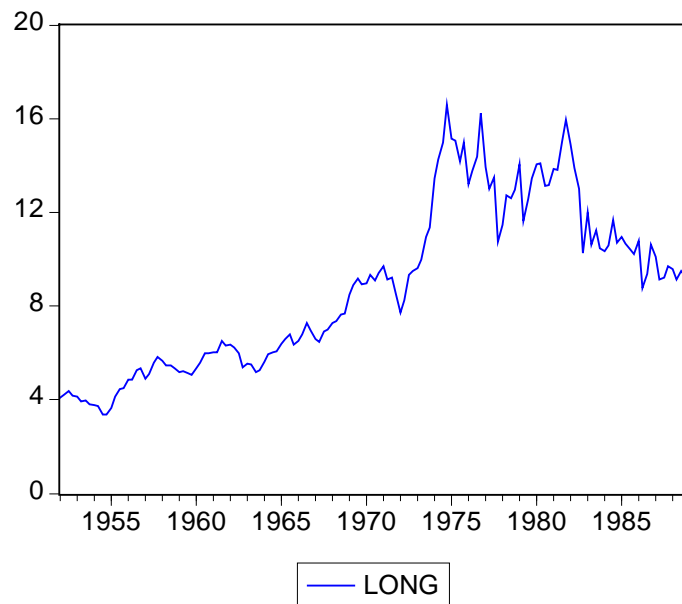
Modelización del *spread*

Conclusiones

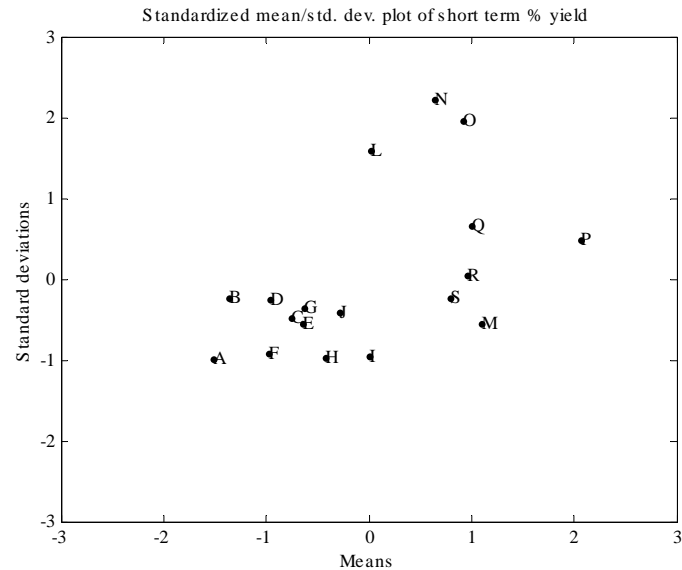
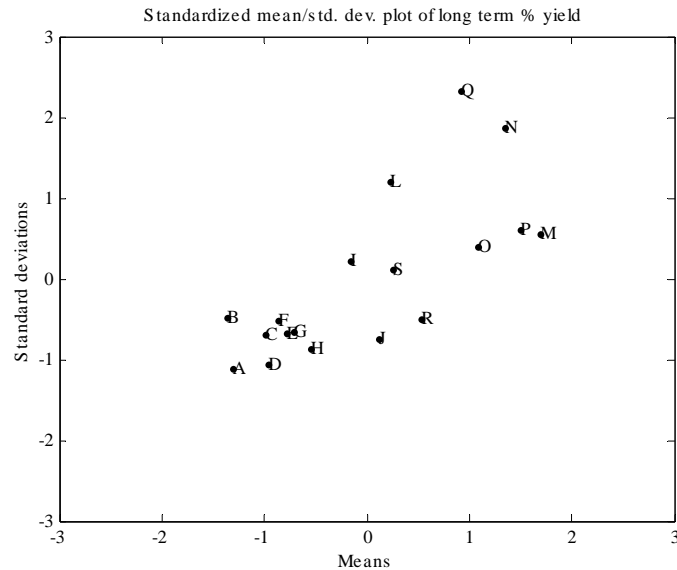
Introducción (I)

Descripción de los datos:

- Rendimientos porcentuales de activos de renta fija pública a largo plazo (20 años) y corto plazo (91 días) en el Reino Unido entre 1952 (primer trimestre) y 1988 (cuarto trimestre).
- Desde el primer trimestre de 1971 (observación nº 77) se permitió la libre flotación de la libra.



Introducción (II)

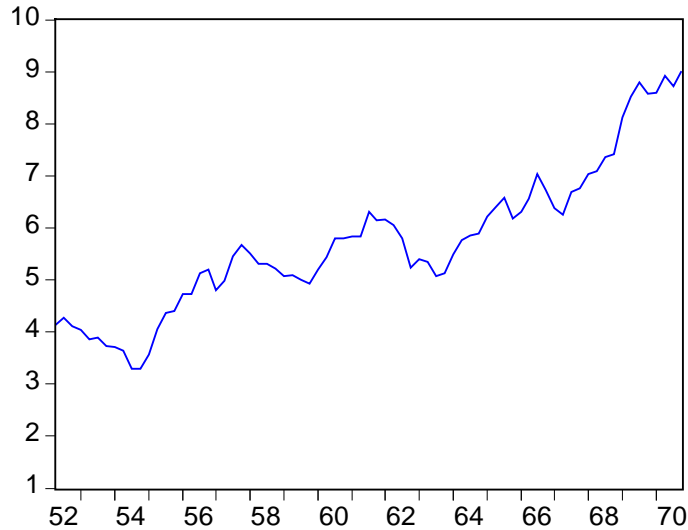


Observaciones y decisiones previas:

- Series no estacionarias. Varianza aproximadamente proporcional a la media.
- Restringir el análisis a la submuestra 1952/Q2-1970/Q4 (76 observaciones), para evitar un valor atípico del tipo de interés a corto plazo (primera observación) y el cambio de régimen del tipo de cambio.
- Modelizar las series de rendimientos logarítmicos porcentuales y el correspondiente diferencial (*spread*):

$$lrl_t = \ln\left(1 + \frac{r_t^{long}}{100}\right) \times 100 \quad lrs_t = \ln\left(1 + \frac{r_t^{short}}{100}\right) \times 100 \quad ls_t = lrl_t - lrs_t$$

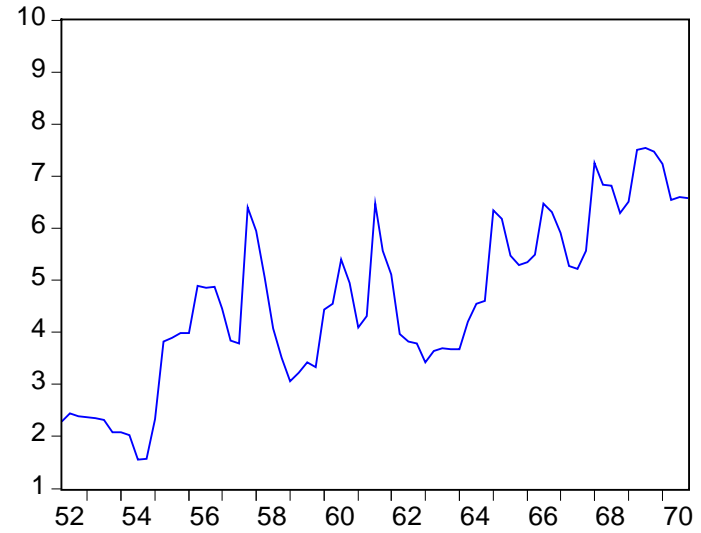
Modelización de los rendimientos (I): Niveles



— LRL

Correlogram of LRL

| Date: 03/03/02 Time: 18:07 Sample: 1952:2 1970:4 Included observations: 75 | | | | | | |
|--|---------------------|----------|--------|--------|-------|--|
| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC | Q-Stat | Prob | |
| ██████████ | ██████████ | 1 0.939 | 0.939 | 68.794 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 2 0.877 | -0.036 | 129.67 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 3 0.808 | -0.093 | 182.08 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 4 0.748 | 0.032 | 227.56 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 5 0.677 | -0.118 | 265.38 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 6 0.598 | -0.120 | 295.32 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 7 0.522 | -0.010 | 318.46 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 8 0.459 | 0.062 | 336.62 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 9 0.416 | 0.119 | 351.73 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 10 0.374 | -0.015 | 364.13 | 0.000 | |

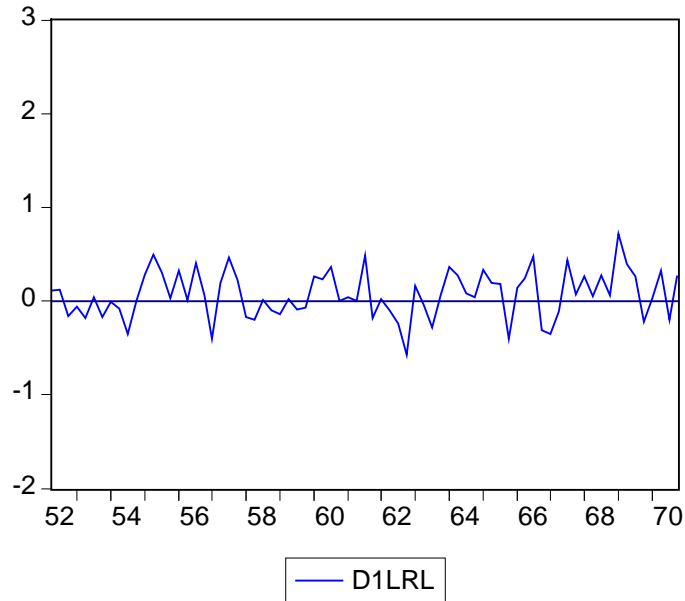


— LRS

Correlogram of LRS

| Date: 03/03/02 Time: 18:08 Sample: 1952:2 1970:4 Included observations: 75 | | | | | | |
|--|---------------------|----------|--------|--------|-------|--|
| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC | Q-Stat | Prob | |
| ██████████ | ██████████ | 1 0.883 | 0.883 | 60.892 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 2 0.755 | -0.114 | 106.00 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 3 0.659 | 0.079 | 140.88 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 4 0.605 | 0.116 | 170.62 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 5 0.556 | -0.011 | 196.13 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 6 0.495 | -0.050 | 216.67 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 7 0.391 | -0.212 | 229.63 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 8 0.314 | 0.084 | 238.11 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 9 0.265 | 0.012 | 244.23 | 0.000 | |
| ██████████ | ██████████ | 10 0.225 | -0.033 | 248.75 | 0.000 | |

Modelización de los rendimientos (II): Diferencias



Correlogram of D1LRL

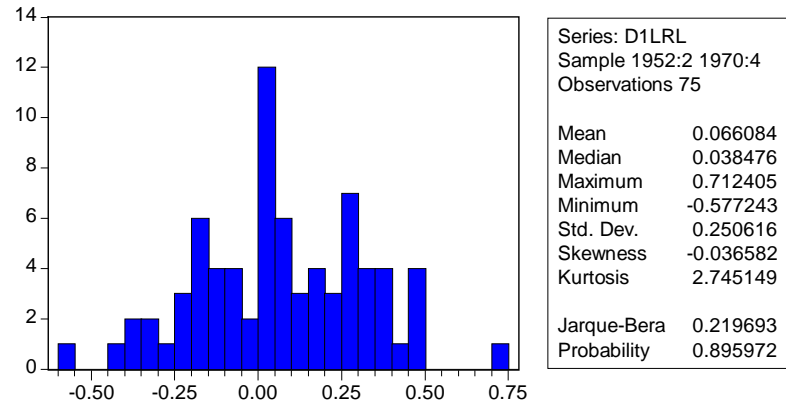
| Date: 03/03/02 Time: 18:26 Sample: 1952:2 1970:4 Included observations: 75 | | | | | | |
|--|---------------------|----|--------|--------|--------|-------|
| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC | Q-Stat | Prob | |
| | | 1 | 0.183 | 0.183 | 2.6267 | 0.105 |
| | | 2 | -0.042 | -0.078 | 2.7665 | 0.251 |
| | | 3 | -0.124 | -0.106 | 4.0083 | 0.261 |
| | | 4 | 0.204 | 0.258 | 7.4076 | 0.116 |
| | | 5 | 0.048 | -0.062 | 7.5987 | 0.180 |
| | | 6 | -0.041 | -0.043 | 7.7376 | 0.258 |
| | | 7 | -0.215 | -0.149 | 11.664 | 0.112 |
| | | 8 | -0.206 | -0.214 | 15.329 | 0.053 |
| | | 9 | -0.195 | -0.166 | 18.662 | 0.028 |
| | | 10 | 0.045 | 0.078 | 18.842 | 0.042 |

Conclusión:

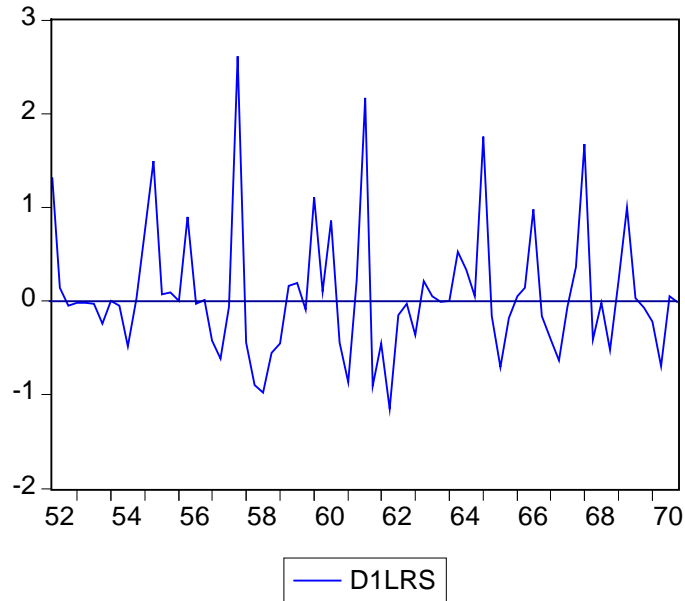
- El rendimiento (log) de los bonos a largo plazo se comporta aproximadamente como un paseo aleatorio con deriva.

$$lrl_t = .066 + lrl_{t-1} + \hat{a}_t ; \hat{\sigma}_a \times 100 = 25.06$$

- Los residuos de este modelo siguen aproximadamente una distribución normal.



Modelización de los rendimientos (III): Diferencias



Correlogram of D1LRS

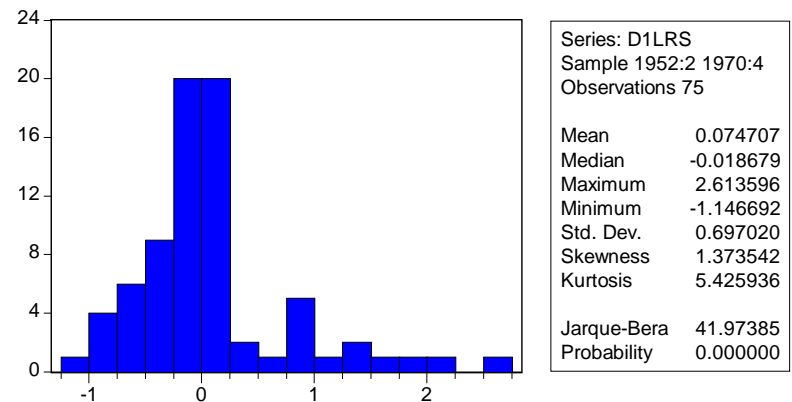
| Date: 03/03/02 Time: 18:27 Sample: 1952:2 1970:4 Included observations: 75 | | | | | | |
|--|---------------------|----|--------|--------|--------|-------|
| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC | Q-Stat | Prob | |
| | | 1 | 0.066 | 0.066 | 0.3351 | 0.563 |
| | | 2 | -0.181 | -0.186 | 2.9360 | 0.230 |
| | | 3 | -0.265 | -0.249 | 8.5814 | 0.035 |
| | | 4 | -0.057 | -0.069 | 8.8441 | 0.065 |
| | | 5 | 0.044 | -0.048 | 9.0021 | 0.109 |
| | | 6 | 0.197 | 0.121 | 12.244 | 0.057 |
| | | 7 | -0.102 | -0.157 | 13.121 | 0.069 |
| | | 8 | -0.149 | -0.105 | 15.038 | 0.058 |
| | | 9 | -0.141 | -0.122 | 16.768 | 0.052 |
| | | 10 | -0.010 | -0.107 | 16.777 | 0.079 |

Conclusión:

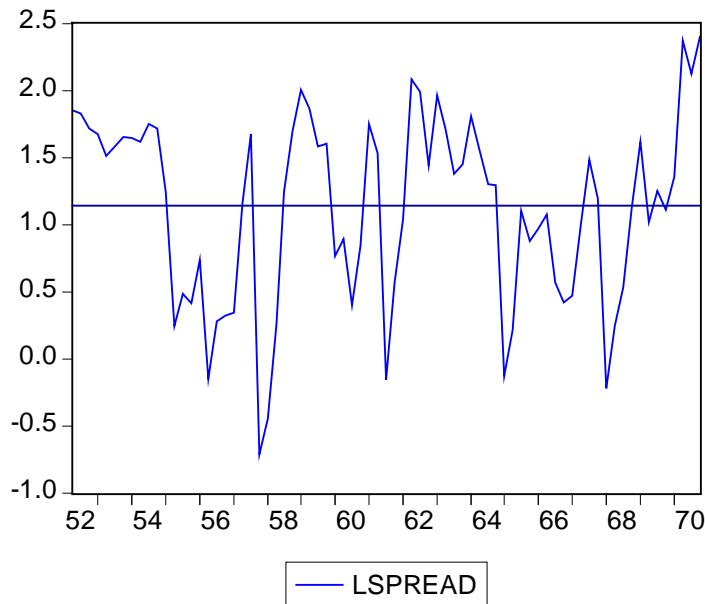
- El rendimiento (log) de los bonos a corto plazo también se comporta como un paseo aleatorio con deriva.

$$lrs_t = .075 + lrs_{t-1} + \hat{a}_t ; \hat{\sigma}_a \times 100 = 69.70$$

- Los residuos de este modelo se desvían mucho de la distribución normal, probablemente debido a una secuencia de valores atípicos positivos.



Modelización del *spread* (I)

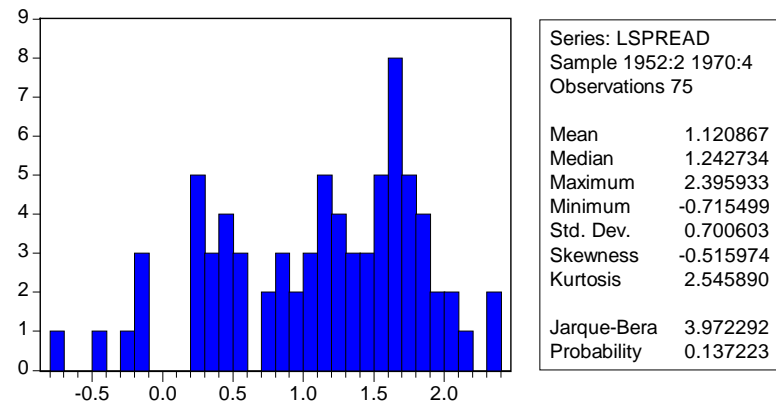


Correlogram of LSPREAD

| Date: 03/03/02 Time: 18:36 Sample: 1952:2 1970:4 Included observations: 75 | | | | | | |
|--|---------------------|----|--------|--------|--------|-------|
| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC | Q-Stat | Prob | |
| | | 1 | 0.596 | 0.596 | 27.739 | 0.000 |
| | | 2 | 0.245 | -0.172 | 32.469 | 0.000 |
| | | 3 | 0.081 | 0.020 | 32.993 | 0.000 |
| | | 4 | 0.071 | 0.077 | 33.405 | 0.000 |
| | | 5 | 0.139 | 0.106 | 35.006 | 0.000 |
| | | 6 | 0.153 | 0.010 | 36.972 | 0.000 |
| | | 7 | 0.033 | -0.129 | 37.065 | 0.000 |
| | | 8 | -0.091 | -0.070 | 37.784 | 0.000 |
| | | 9 | -0.189 | -0.120 | 40.923 | 0.000 |
| | | 10 | -0.225 | -0.090 | 45.416 | 0.000 |

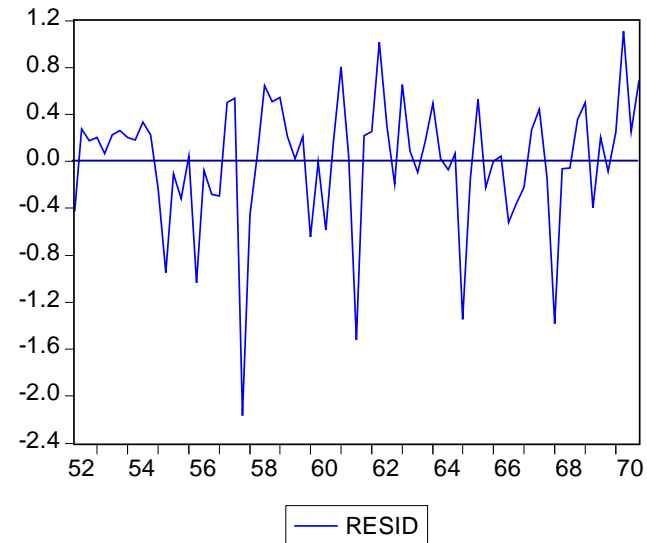
Conclusión:

- El spread logarítmico es estacionario.
- Sus funciones de autocorrelación y estadísticos descriptivos sugieren que sigue un AR(1) con constante.
- Los residuos de este modelo reflejan los valores atípicos de los rendimientos del bono a largo plazo y, debido a ello, muestran exceso de kurtosis.



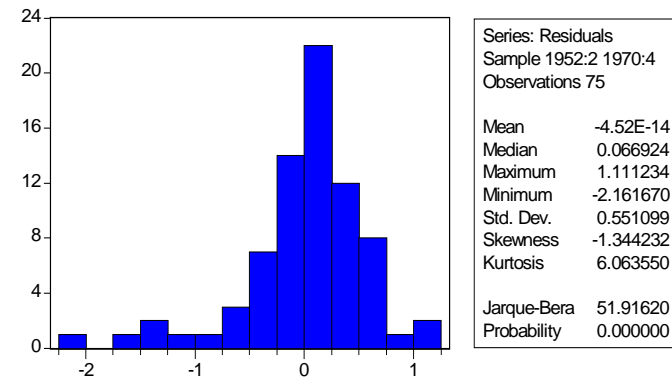
Modelización del spread (II)

| Dependent Variable: LSPREAD | | | | |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| Method: Least Squares | | | | |
| Date: 03/01/02 Time: 12:25 | | | | |
| Sample: 1952:2 1970:4 | | | | |
| Included observations: 75 | | | | |
| Convergence achieved after 3 iterations | | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
| C | 1.107898 | 0.160505 | 6.902566 | 0.0000 |
| AR(1) | 0.600643 | 0.089558 | 6.706714 | 0.0000 |
| R-squared | 0.381251 | Mean dependent var | 1.120867 | |
| Adjusted R-squared | 0.372775 | S.D. dependent var | 0.700603 | |
| S.E. of regression | 0.554861 | Akaike info criterion | 1.686105 | |
| Sum squared resid | 22.47453 | Schwarz criterion | 1.747905 | |
| Log likelihood | -61.22894 | F-statistic | 44.98001 | |
| Durbin-Watson stat | 1.747472 | Prob(F-statistic) | 0.000000 | |
| Inverted AR Roots | .60 | | | |



Correlogram of Residuals

| Date: 03/03/02 Time: 18:53 | | | | | |
|---|---------------------|-----------|--------|--------|-------|
| Sample: 1952:2 1970:4 | | | | | |
| Included observations: 75 | | | | | |
| Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s) | | | | | |
| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC | Q-Stat | Prob |
| | | 1 0.112 | 0.112 | 0.9800 | |
| | | 2 -0.120 | -0.134 | 2.1157 | 0.146 |
| | | 3 -0.102 | -0.074 | 2.9470 | 0.229 |
| | | 4 -0.052 | -0.049 | 3.1701 | 0.366 |
| | | 5 0.073 | 0.066 | 3.6108 | 0.461 |
| | | 6 0.163 | 0.133 | 5.8255 | 0.324 |
| | | 7 -0.012 | -0.039 | 5.8386 | 0.442 |
| | | 8 -0.042 | 0.006 | 5.9924 | 0.541 |
| | | 9 -0.116 | -0.095 | 7.1604 | 0.519 |
| | | 10 -0.125 | -0.107 | 8.5435 | 0.480 |



Conclusión: el spread es estacionario y puede modelizarse mediante un proceso AR(1) con constante: $l_s_t = 1.11 + \hat{\varepsilon}_t$; $\hat{\varepsilon}_t = .60\hat{\varepsilon}_{t-1} + \hat{a}_t$; $\hat{\sigma}_a = .55$

(16) (09)

Conclusiones

Los precios de productos financieros analizados en este ejemplo ilustran una situación bastante típica:

- No parece posible realizar *arbitraje temporal* utilizando métodos estadísticos ya que cada secuencia de precios, considerada individualmente, se comporta como un paseo aleatorio.
- En cambio los diferenciales de precios muestran una estructura de autocorrelación clara, que permite construir un modelo con una capacidad explicativa y predictiva apreciable ($R^2=38.1\%$).
- Si las previsiones del modelo fuera de la muestra se comportaran como lo hacen dentro de la muestra, podría diseñarse una estrategia de *arbitraje espacial* que proporcionara sistemáticamente rendimientos positivos.
- Ocasionalmente, se producirían errores de previsión muy importantes, ocasionados por cambios bruscos de tendencia.

