Econometría I

Transformaciones lineales en el MLG

Miguel Jerez y Sonia Sotoca

Universidad Complutense de Madrid

Noviembre, 2007

Índice

- Cambio de escala
- Cambio de origen
- El MLG en desviaciones con respecto a la media

Cambio de escala

Sea el modelo:

$$y_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_t + \hat{\varepsilon}_t \tag{1}$$

y sea el cambio de escala definido por:

$$y_t^* = \lambda_y y_t \; ; \; x_t^* = \lambda_x x_t \tag{2}$$

Asimismo, sea el modelo definido en términos de las variables transformadas:

$$y_t^* = \hat{\beta}_0^* + \hat{\beta}_1^* x_t^* + \hat{\varepsilon}_t^* \tag{3}$$

La cuestión que se plantea es: ¿qué relación existe entre los modelos (1) y (3)?

Sustituyendo (2) en (3) se obtiene: $\lambda_y y_t = \hat{\beta}_0^* + \hat{\beta}_1^* \lambda_x x_t + \hat{\varepsilon}_t^*$ o, equivalentemente:

$$y_t = \frac{1}{\lambda_y}\hat{\beta}_0^* + \hat{\beta}_1^* \frac{\lambda_x}{\lambda_y} x_t + \frac{1}{\lambda_y}\hat{\varepsilon}_t^* \tag{4}$$

Identificando términos entre (4) y (1), y por las propiedades de la varianza, resulta:

$$\beta_0 = \frac{1}{\lambda_y}\hat{\beta}_0^* \; ; \; \hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_1^* \frac{\lambda_x}{\lambda_y} \; ; \; \hat{\varepsilon}_t = \frac{1}{\lambda_y}\hat{\varepsilon}_t^* \; ; \; \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{\lambda_y^2}\hat{\sigma}_*^2 \; ; \; R^2 = R_*^2 \tag{5}$$

Cambio de origen

Análogamente, sea el modelo (1) y el cambio de origen definido por:

$$y_t^* = y_t + \gamma_y \; ; \; x_t^* = x_t + \gamma_x \qquad (6)$$

Asimismo, sea el modelo definido en términos de las variables transformadas:

$$y_t^* = \hat{\beta}_0^* + \hat{\beta}_1^* x_t^* + \hat{\varepsilon}_t^* \qquad (7)$$

Nuevamente, se trata de determinar qué relación existe entre los modelos (1) y (7). Sustituyendo las relaciones (6) en (7) se obtiene:

$$y_t + \gamma_y = \hat{\beta}_0^* + \hat{\beta}_1^* \left(x_t + \gamma_x \right) + \hat{\varepsilon}_t^* \qquad (8)$$

o, equivalentemente:

$$y_t = \hat{\beta}_0^* + \hat{\beta}_1^* \gamma_x - \gamma_y + \hat{\beta}_1^* x_t + \hat{\varepsilon}_t^* \qquad (9)$$

e identificando términos entre esta ecuación y (1), se obtiene:

$$\hat{\beta}_0 = \hat{\beta}_0^* + \hat{\beta}_1^* \gamma_x - \gamma_y \; ; \hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_1^* \; ; \hat{\varepsilon}_t = \hat{\varepsilon}_t^* ; \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \hat{\sigma}_*^2 \; ; R^2 = R_*^2 \qquad (10)$$

El MLG en desviaciones con respecto a la media

Un cambio de origen concreto que tiene gran interés consiste en expresar las variables en desviaciones con respecto a su media muestral, esto es:

$$\gamma_y = -\bar{y} \; ; \; \gamma_x = -\bar{x} \qquad (11)$$

En este caso, el término constante del modelo transformado es igual a cero, ya que, si sumamos la ecuación (7) desde t=1 hasta t=n, y dividimos el resultado por n, resulta:

$$\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} y_t^* = \frac{1}{n} n\hat{\beta}_0^* + \hat{\beta}_1^* \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} x_t^* + \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \hat{\varepsilon}_t^* \qquad (12)$$

de donde, simplificando la expresión y teniendo en cuenta que la suma de residuos en un modelo con término constante es igual a cero, se obtiene:

$$\bar{y}^* = \hat{\beta}_0^* + \hat{\beta}_1^* \bar{x}^* \qquad (13)$$

Por tanto, como la media muestral de las variables en desviaciones con respecto a la media es cero, el término constante del modelo transformado tiene que ser nulo.

En modelos con término constante, trabajar con los datos en desviaciones con respecto a la media puede tener interés porque las componentes de **X'X** pueden interpretarse como momentos muestrales de las correspondientes variables y c) los coeficientes de regresión pueden relacionarse con los coeficientes de correlación muestral entre las variables