Capítulo 2. Modelos macroeconómicos de economías abiertas y cerradas.

EJERCICIO 2.1

Modelo de precios y salarios flexibles.

Existe dicotomía clásica y neutralidad del dinero. Recuerdense las figuras 2.1 y 2.2. De (7) de la sección 2.1.2:

$$\bar{y} = \frac{aRJ_1 + J_2 k(1+R) + z_s(1+R)}{1 + R(1 - J_1)}$$

Por tanto las variables ficticias no afectan a la renta. Ni cambios en la demanda de los consumidores tampoco.

1. a) Si suponemos que el impuesto es de cuota fija, la ecuación (4) de la sección 2.1.2. puede expresarse:

$$y = c_1(y - \bar{t}) - c_2(r - \wedge^e) + i_0 - L(r - \wedge^e) + \bar{g} + u_d$$

y la determinación de tipo de interés se convierte en:

$$r = \frac{i_0 + \bar{g} + u_d + \wedge^e(c_2 + L) - \bar{y}(1 - c_1) - c_1 t}{c_2 + L} \qquad \text{(i)}$$

El presupuesto equilibrado puede representarse en este modelo por:

$$\bar{g} = \bar{t} = \bar{x}$$

luego:

$$r = \frac{\bar{x}(1 - c_1) + i_0 + u_d + \wedge^e(c_2 + L) - \bar{y}(1 - c_1)}{c_2 + L}$$

Luego un aumento de $\bar{x}$ eleva r, ya que $c_1 < 1$. Gráficamente el análisis análogo al de la figura 2.6. Un aumento equilibrado del presupuesto supone un aumento de la demanda agregada, porque $(1 - c_1)$ de la renta que se detrae con el impuesto hubiera sido ahorrado y no gastado.

El consumo y la inversión vienen dados por:

$$c = c_1(\bar{y} - \bar{t}) - c_2(r - \wedge^e) \qquad \text{(ii)}$$

$$i = i_0 - L(r - \wedge^e) \qquad \text{(iii)}$$

Luego un aumento equilibrado del presupuesto reduce el consumo y la inversión, pues supone un aumento de $\bar{t}$ y un aumento de $\bar{r}$.

Como se produce un aumento de la demanda agregada, se elevarán los precios, lo que se comprueba a partir de la expresión 40 que determina el nivel de precios en este modelo, que puede reformularse como:

$$p = \bar{m} + P_s + \frac{m_r}{c_2 + L}(i_0 + u_d) + \frac{m_r}{c_2 + L}\bar{x}(1 - c_1)$$
$$- \bar{y}(m_y + \frac{m_r(1 - c_1)}{c_2 + L}) + m_r \wedge^e$$

b) Un aumento en la propensión a ahorrar puede representarse por una reducción de c_1.

- No afecta a la renta. (ver ecuación (7) en sección 2.1.2.)
- Disminuye el tipo de interés (ver expresión (i) más arriba) siempre que $\bar{y} > \bar{t}$, pues

$$\frac{\partial r}{\partial c_1} = \frac{\bar{y} - \bar{t}}{c_2 + L} > 0$$

De (ii) se comprueba que:

$$\frac{\partial c}{\partial c_1} = \bar{y} - \bar{t} - c_2\frac{\partial r}{\partial c_1} = \bar{y} - \bar{t} - \frac{c_2}{c_2 + L}(\bar{y} - \bar{t}) > 0$$

luego el consumo disminuye. De (iii) es evidente que al caer el tipo de interés aumenta la inversión.

Por último, la caida de la demanda agregada produce una disminución de los precios, lo que puede comprobarse con la ecuación de la página 40, en la que:

$$\frac{\partial p}{\partial c_1} > 0$$

Modelo con salario nominal rígido.

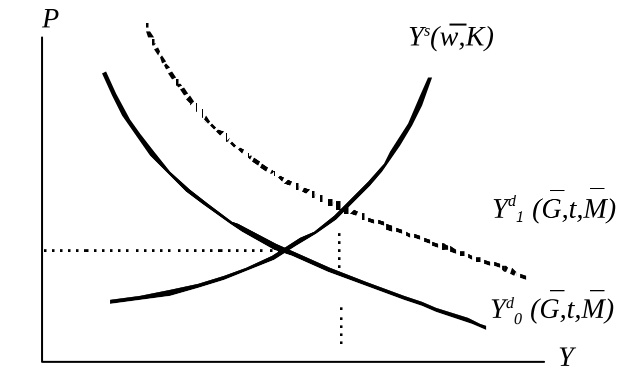
Con presupuesto equilibrado la ecuación de la curva agregada de la pagina 42 se convierte en:

$$y^d = \frac{1}{J}(\bar{m} + P_s) - \frac{1}{J}p + \frac{m_r}{J(c_2 + L)}(i_0 + u_d + \bar{g} - c_1\bar{t}) + \frac{m_r}{J}\wedge^e \qquad \text{(iv)}$$

donde ahora:

$$J = \frac{1 - c_1}{c_2 + L}m_r + m_y$$

Un aumento equilibrado del presupuesto aumenta la demanda agregada lo que eleva la renta y los precios.



La renta del equilibrio viene dada por (ver página 42):

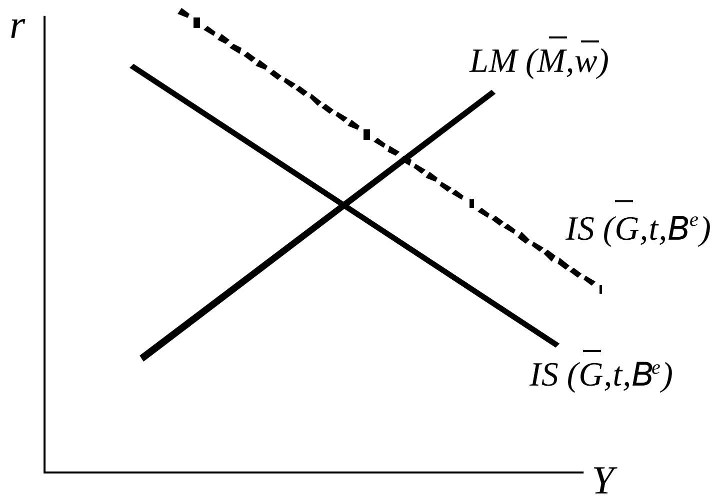
$$y = \frac{i_0 + u_d + \bar{x}(1 - c_1)}{(c_2 + L)H} m_r + \frac{\bar{m} + P_s}{H} + \frac{m_r}{H}\wedge^e + \frac{J_2 k + z_s}{J_1 H} + \frac{a - \bar{w}}{H}$$

donde:

$$H = J + \frac{1 - J_1}{J_1}\text{, luego } \frac{\partial y}{\partial \bar{x}} > 0$$

El tipo de interés se elevará ante un aumento equilibrado del presupuesto, pues la ecuación de la curva IS es ahora:

$$y = \bar{x} + \frac{i_0 + u_d}{1 - c_1} - \frac{c_2 + L}{1 - c_1}(r - \wedge^e) \quad \text{(vi)}$$



por tanto, ante la elevación de $\bar{t}$ y de r, se producirá una disminución del consumo (ver la ecuación (ii) más arriba). El aumento del tipo de interés por su parte, producirá una caída de la inversión (ver la ecuación (iii) más arriba).

La ecuación que determina el nivel de renta en este modelo, ver página 42, puede expresarse:

$$y = \frac{A}{H}$$

donde

$$A = \left\{ \frac{i_0 + g + u_d}{c_2 + L} m_r + (\bar{m} + P_s) + m_r \wedge^e + \frac{J_2 k + z_s}{J_1} + (a - \bar{w}) \right\}$$

$$H = \left\{ \frac{1 - c_1}{c_2 + L} m_r + m_y + \frac{1 - J_1}{J_1} \right\}$$

luego:

$$\frac{\partial y}{\partial c_1} = \frac{-A\frac{\partial H}{\partial c_1}}{H^2} = -\frac{A}{H}\frac{\frac{\partial H}{\partial c_1}}{H} = -y\frac{\frac{\partial H}{\partial c_1}}{H} = y\frac{m_r}{1 + (c_2 + L)} > 0$$

pues

$$\frac{\partial H}{\partial c_1} = -\frac{m_r}{c_2 + L}$$

Luego una caída de c_1 reduce el nivel de renta, y con una curva de oferta agregada creciente, irá acompañado por una caída en el nivel de precios.

De las ecuaciones de la IS y de la LM (ver página 44), despejando el tipo de interés, r, se deriva facilmente:

$$\frac{\partial r}{\partial c_1} > 0$$

luego la caída en c_1 disminuirá el tipo de interés. Por tanto la inversión aumentará.

¿Qué ocurre con el consumo privado?

$$\frac{\partial c}{\partial c_1} = (y - \hat{t}) + c_1\frac{\partial y}{\partial c_1} - c_2\frac{\partial r}{\partial c_1} = (y - \hat{t}) + c_1 y\frac{m_r}{H(c_2 + L)} - c_2\frac{\partial r}{\partial c_1}$$

Los dos primeros sumandos son positivos y el tercero negativo. Sin embargo, el efecto neto tiene que ser positivo y el aumento de la propensión a ahorrar, la caída en c_1, tiene que disminuir el consumo; al final la renta se ha visto reducida y por tanto la demanda agregada también. Pero la inversión ha aumentado y el gasto público se ha mantenido constante, por lo que el consumo privado ha tenido que disminuir.

Modelo con salario real rígido.

Ya se ha visto en la sección 2.3 que este modelo produce idénticos resultados que el modelo con precios y salarios flexibles, con la única diferencia que puede producirse una situación permanente de paro (clásico) con independencia de la demanda. En este modelo también hay dicotomía clásica y neutralidad del dinero.

Por tanto las consecuencias de un aumento en el presupuesto equilibrado y de un aumento de la propensión a ahorrar, sobre la renta, los precios, el consumo y la inversión, serán las mismas que en el modelo con precios y salarios flexibles.

Resumen de los resultados.

Presupuesto equilibrado: $\hat{g} = \hat{t} = \hat{x}$

Propensión a ahorrar: $s = 1 - c_1$

Modelos	$\frac{\partial y}{\partial \hat{x}}$	$\frac{\partial p}{\partial \hat{x}}$	$\frac{\partial c}{\partial \hat{x}}$	$\frac{\partial i}{\partial \hat{x}}$	$\frac{\partial y}{\partial s}$	$\frac{\partial p}{\partial s}$	$\frac{\partial c}{\partial s}$	$\frac{\partial i}{\partial s}$
Precios y salarios flexibles	=0	>0	<0	<0	=0	<0	<0	>0
Salario real rígido	=0	>0	<0	<0	=0	<0	<0	>0
Salario nominal rígido	>0	>0	<0	<0	<0	<0	<0	>0

* * *

EJERCICIO 2.2

$$w = p_c + \hat{g} \quad \text{(salario nominal)}$$

$$p_c = bp + (1 - b)p_I \quad \text{(precios al consumo en logaritmos)}$$

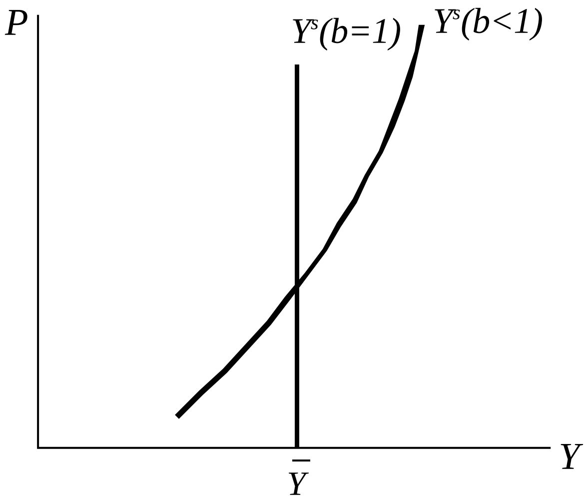
La curva de oferta agregada:

$$y = \frac{J_1 a + J_2 k + z_s - J_1(w - p)}{1 - J_1} = \frac{J_1 a + J_2 k + z_s - J_1(p_c + \hat{g} - p)}{1 - J_1}$$

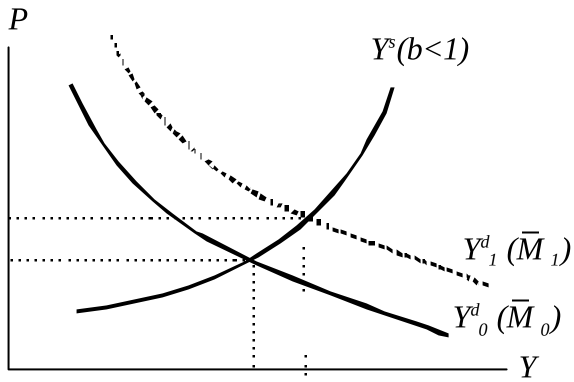
$$= \frac{J_1 a + J_2 k + z_s - J_1(bp + (1 - b)p_I + \hat{g} - p)}{1 - J_1}$$

$$= \frac{J_1 a + J_2 k + z_s - J_1\hat{g} - J_1(1 - b)p_I + J_1(1 - b)p}{1 - J_1}$$

luego la curva de oferta agregada tiene pendiente positiva si $b < 1$ y es vertical si $b = 1$



Una expansión monetaria produce un desplazamiento en la curva de demanda agregada:

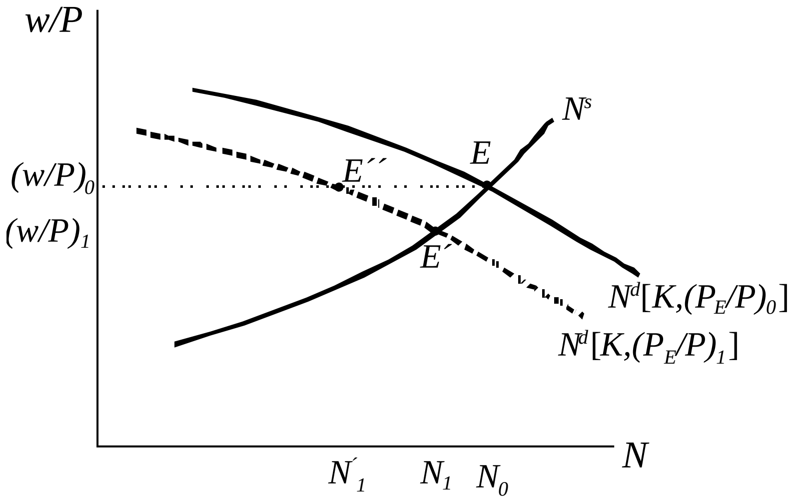


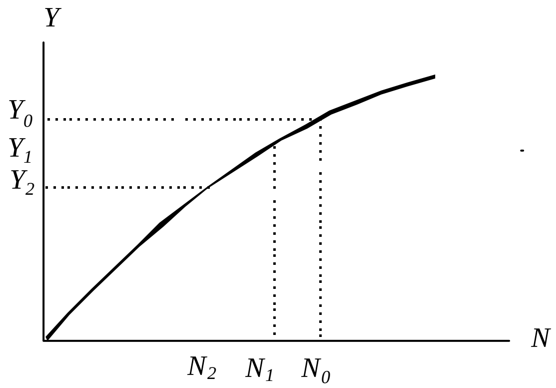
Por tanto, si $b < 1$, la expansión monetaria producirá un aumento de la renta y del empleo. Al tender b ¸ 1, la curva de oferta se irá haciendo vertical y la expansión monetaria irá teniendo un menor efecto sobre la renta (y sobre el empleo) y un mayor efecto alcista sobre los precios. Con $b = 1$, volverá a haber neutralidad del dinero.

* * *

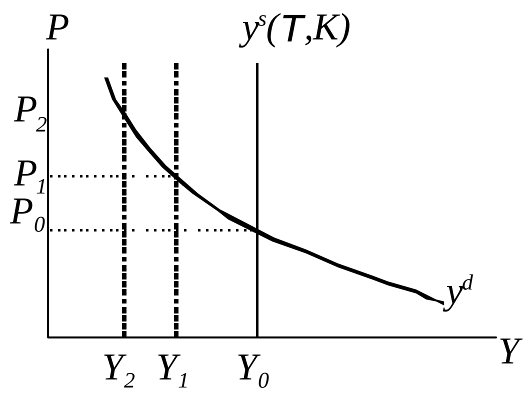
EJERCICIO 2.3

A comienzo de los años 80 se consolidan los altos niveles en los precios energéticos. Del modelo de la sección 2.5, vemos que el nivel de empleo y de producción depende negativamente de los precios reales de las materias primas:

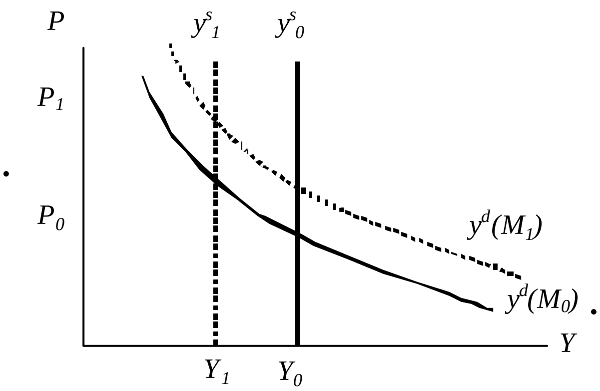




Cuanto más rígido sea el salario real mayor será el efecto contractivo sobre la renta y el empleo y mayor el efecto alcista sobre los precios.



Una expansión monetaria hubiera producido adicionales aumentos en los precios, sin estimular el nivel de actividad.



Sólo si se hubiera producido una disminución de la demanda agregada, como consecuencia de la transferencia masiva de renta hacia grupos (los productores de petróleo) con escasa propensión a consumir y si, además, los precios de los productos de los paises industrializados fueran rígidos a la baja, hubiera estado justificada una cierta expansión de la demanda mediante política monetaria o fiscal, pero sin pretender compensar la caída de la producción de su nivel anterior a la elevación de los precios energéticos.

* * *

EJERCICIO 2.4

El modelo que describe a la economía sería el mismo que el de la sección 2.1.2, excepto que el equilibrio en el mercado de trabajo (ecuación 3) vendría dado por:

$$n = R(w + b - p)$$

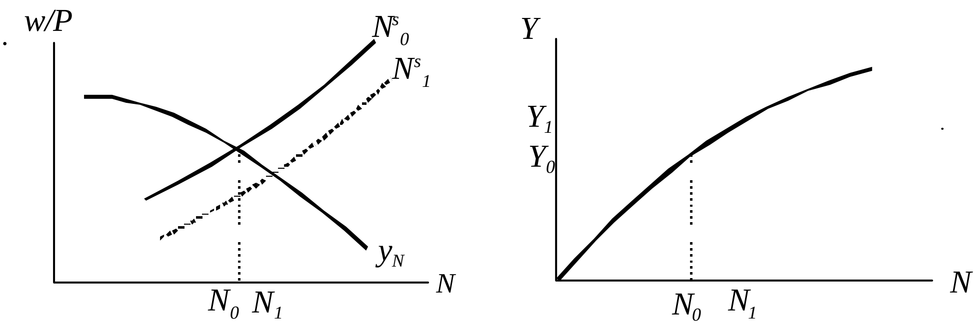
donde $b = \ln(1 - t)$, siendo t el tipo imposittivo, observe que $\frac{\partial b}{\partial t} < 0$

Sigue habiendo dicotomía clásica, y el nivel de empleo y de renta vendrá dado por:

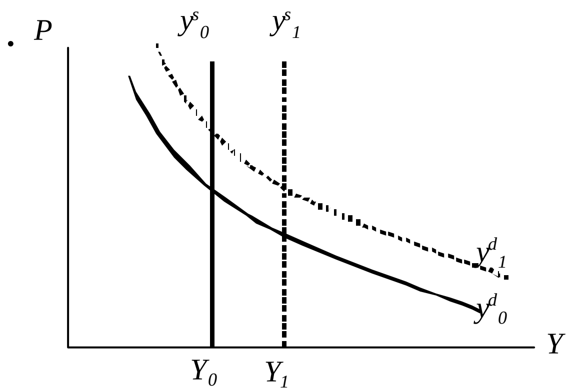
$$\bar{n} = \frac{R(a + J_2 k + z_s + b)}{1 + R(1 - J_1)}$$

$$\bar{y} = \frac{aRJ_1 + RJ_1 b + J_2 k(1 + R) + z_s(1 + R)}{1 + R(1 - J_1)}$$

Luego una disminución de t, que supone un aumento en b, eleva n y y.



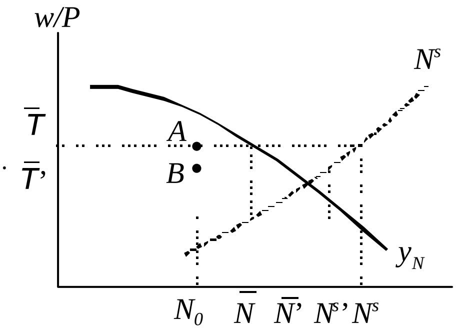
El efecto sobre los precios de la reducción de t, será indeterminado.

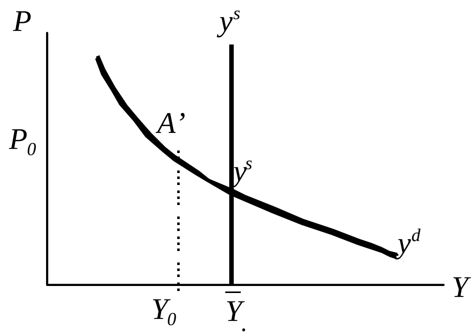


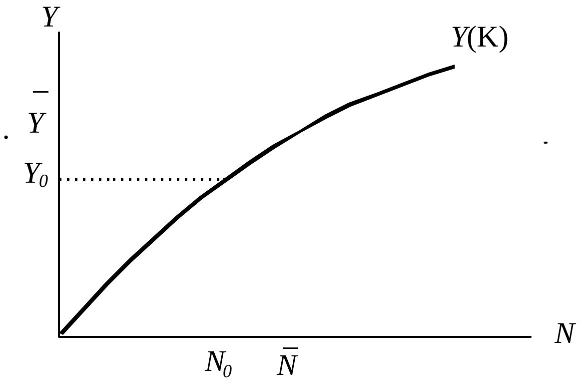
Tanto la curva de demanda agregada como la de oferta agegada se desplazarán hacia la derecha ante la caída en el tipo impositivo.

* * *

EJERCICIO 2.5







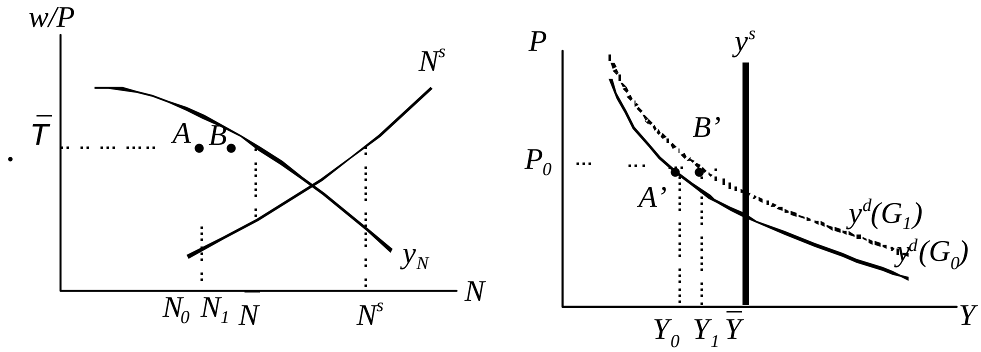
En una economía con el salario real rígido y precios rígidos podrán coexistir un exceso de oferta en el mercado de trabajo y un exceso de oferta en el mercado de bienes (punto A y A' en las figuras de arriba). Habrá paro clásico $(N_s - \bar{N})$ y paro Keynesiano $(\bar{N} - N_0)$.

Programa 1: *Reducción del salario nominal*.

Si esta reducción del salario nominal no viniera acompañada de una reducción de precios, el nivel de empleo no varia, se reduce el paro clásico pero aumenta el paro keynesiano. El paro total disminuye, por la reducción en la oferta de trabajo inducida por el menor salario real. La nueva situación vendría descrita por los puntos B y A'.

Si los precios se determinan en función del coste, podría esperarse una cierta reducción de precios que induciría un aumento de la demanda y una reducción del paro keynesiano. El empleo habría aumentado, al reducirse el exceso de oferta en el mercado de bienes.

Programa 2: *Aumento del gasto público.*

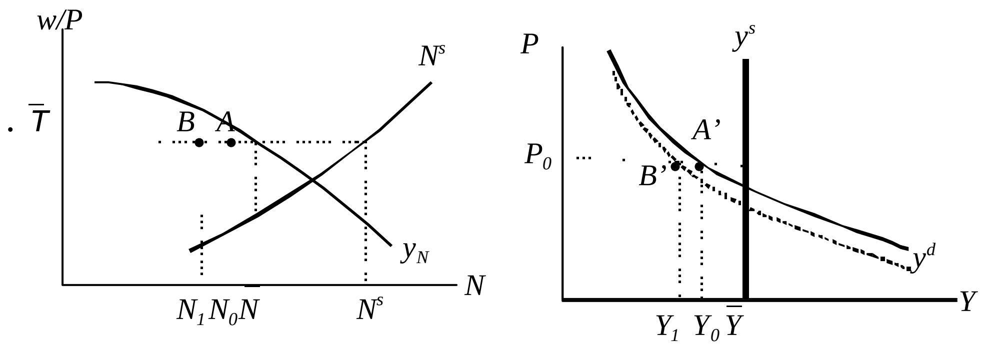


El aumento del gasto público eleva la demanda agregada, reduce el exceso de oferta en el mercado de bienes y aumenta la renta y el empleo. Disminuye el paro keynesiano, pero se mantiene intacto el paro clásico. La nueva situación esta descrita por los puntos B y B'.

* * *

EJERCICIO 2.6

a)

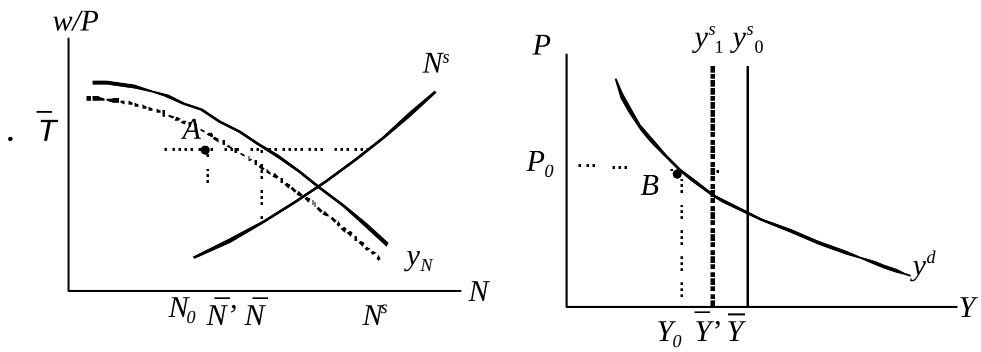


Pasa de (A, B) a (A', B').

El paro keynesiano aumenta, el paro clásico se mantiene y el paro total aumenta.

b) Idéntica figura que en el caso a). Identicos resultados.

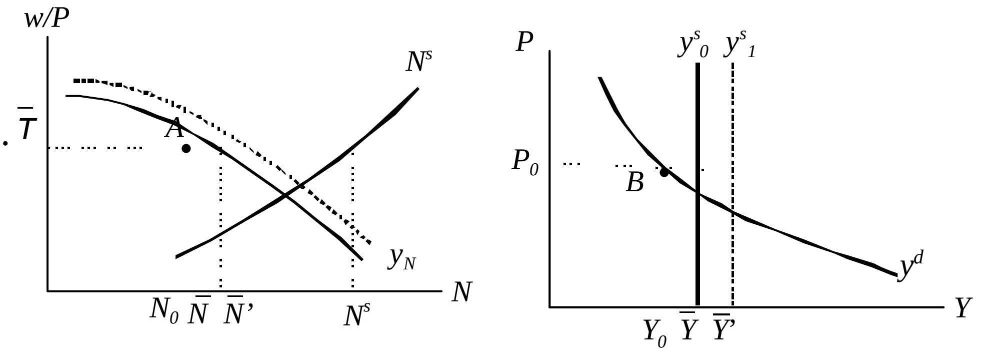
c)



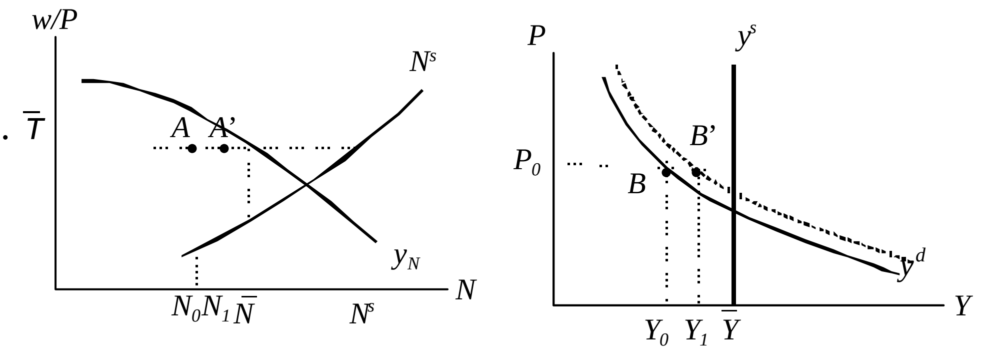
Se mantiene el par (A, B).

El paro keynesiano disminuye, el paro clásico aumena y el paro total se mantiene.

d)



Se mantiene el par (A, B).
El paro keynesiano aumenta, el paro clásico disminuye y el paro total se mantiene.
e)



Pasa de (A, B) a (A', B').
El paro keynesiano disminuye, el paro clásico se mantiene y el paro total disminuye.

* * *

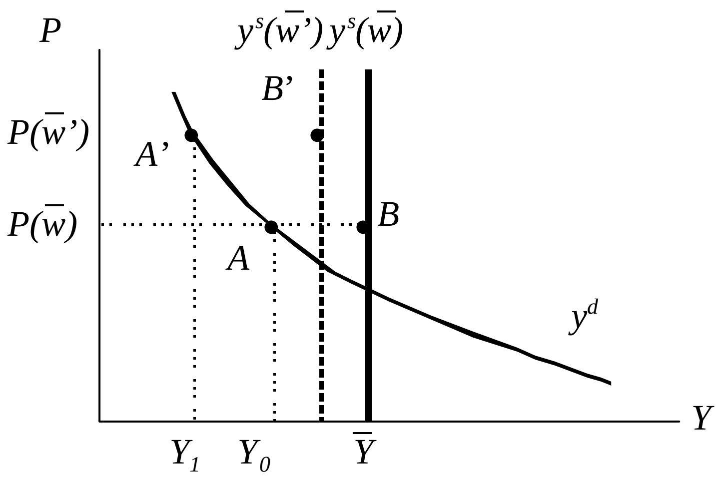
EJERCICIO 2.7

$$w = p + \theta$$

$$p = W_0 + W_1 w\,, \quad \text{siendo } W_1 < 1$$

se obtiene:

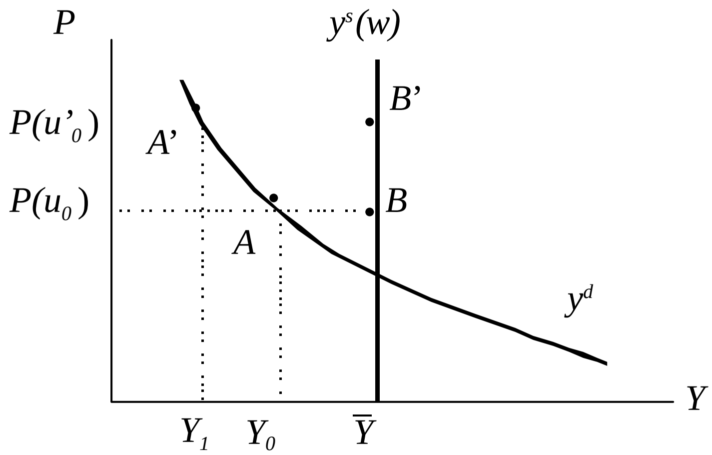
$$p = \frac{W_0 + W_1 \theta}{1 ? W_1}$$



Aumento del salario real:
- aumenta el precio rígido.
- se desplaza hacia la izquierda la curva de oferta agregada.

Resultado:
- disminuye la renta y el empleo.
- el exceso de oferta en el mercado de bienes pasa de A-B a A'-B'.

Aumento del margen W$_{0:}$



.
- aumenta el precio rígido.

Resultado:
- disminuye la renta y el empleo.
- el exceso de oferta en el mercado de bienes aumenta de A-B a A'-B'.

* * *

EJERCICIO 2.8

Función de oferta:

$$y = ?K\text{Ý}\bar{w} ? p\text{þ} ? L\text{Ý}p_I + \quad ? p\text{þ}$$

Función de demanda:

$$y = d\text{Ý}\bar{m} ? p\text{þ} + N\bar{g} + Y\text{Ý} \quad ? p\text{þ} + Qy^D$$

igualando:

$$\text{Ý}K + L\text{þ}p ? K\bar{w} + Lp_I ? L \quad = ?\text{Ý}d + Y\text{þ}p + d\bar{m} + N\bar{g} + Y \quad + Qy^D$$

$$p = \frac{Y + L}{K + L + d + Y} \quad + \frac{K\bar{w} + Lp_I + d\bar{m} + N\bar{g} + Qy^D}{K + L + d + Y}$$

El cociente de es positivo y menor que 1. Sustituyendo en la ecuación de oferta:

$$y = \frac{KY ? dL}{K + L + d + Y} \quad + \frac{\text{Ý}K + L\text{þÝ}d\bar{m} + N\bar{g} + Qy^D\text{þ}}{K + L + d + Y} ? \frac{d + Y}{K + L + d + Y}\text{Ý}K\bar{w} + Lp_I\text{þ}$$

El coeficiente de tiene signo indeterminado. Cuanto más pequeño sea L (cuanto menor sea el peso del factor importado en el coste total de producción), más probable será el efecto de la devaluación sea positivo.

Si $L = 0$, el efecto positivo de sobre el nivel de precios será más pequeño y la devaluación tendrá un efecto positivo sobre la renta.

* * *

EJERCICIO 2.9

Modelo 1.

$$y = d\text{Ý}\bar{m} ? p\text{þ} + N\bar{g} + Y\text{Ý} \quad ? p\text{þ} + Qy^D$$

Haciendo $\bar{g} = y^{D} = 0$ (para simplificar):

$$y = d\bar{m} + Y \quad - (d + Y)p$$

$$p = \frac{d\bar{m} + Y}{d + Y} - \frac{\bar{y}}{d + Y}$$

Pero si $\frac{M}{P} = constante \Rightarrow m - p = \bar{q}$

$$p = \quad + \frac{d}{Y}\bar{q} - \frac{\bar{y}}{Y}$$

Luego el tipo de cambio real $(\quad - p)$ no se ve afectado por variaciones del tipo de cambio nominal.

Modelo 2.

El modelo es también:

$$y = d(\bar{m} - p) + N\bar{g} + Y(\quad - p) + Qy^{D}$$

por lo que los resultados son los mismos.

Modelo 3.

$$y^{d} = y = d(\bar{m} - p) + N\bar{g} + Y(\quad - p) + Qy^{D}$$

$$y^{s} = \bar{y}(\bar{w})$$

$$p = \frac{W_0 + W_1\bar{w}}{1 - W_1} \qquad W_1 < 1$$

Si $y^{s} > y^{d}$ (exceso de oferta en el mercado de bienes)

$$y = d\bar{m} + N\bar{g} + Y \quad + Qy^{D} - (d + Y)p$$

$$p = \frac{W_0 + W_1\bar{w}}{1 - W_1}$$

y una elevación de afecta positivamente a y y deja invariable p. Luego el tipo de cambio real se depreciará ante una elevación del tipo de cambio nominal.

Si $m - p = \bar{q}$

$$y = d\bar{q} + N\bar{g} + Y \quad + Qy^{D} - Yp$$

$$p = \frac{W_0 + W_1\bar{w}}{1 - W_1}$$

y la conclusión será la misma.

Modelo 4.

$$y = Y(\quad - p) - ar^{D} + N\bar{g} + +Qy^{D}$$

$$m - p = -Vr^{D} + d\bar{y}$$

donde $M = e^{m} = R + \bar{D}$.

La primera ecuación determina p y la segunda determina R.

$$p = \quad - \frac{a}{Y}r^{D} + \frac{N}{Y}\bar{g} + \frac{Q}{Y}y^{D} - \frac{1}{Y}\bar{y}$$

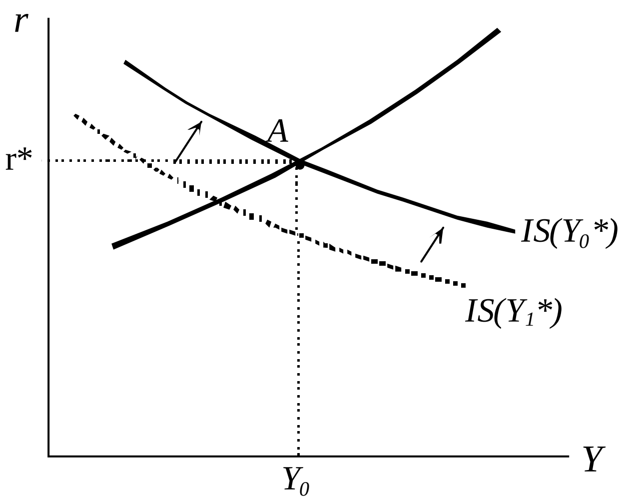
luego el tipo de cambio real, $\quad - p$, es independiente de .

* * *

EJERCICIO 2.10

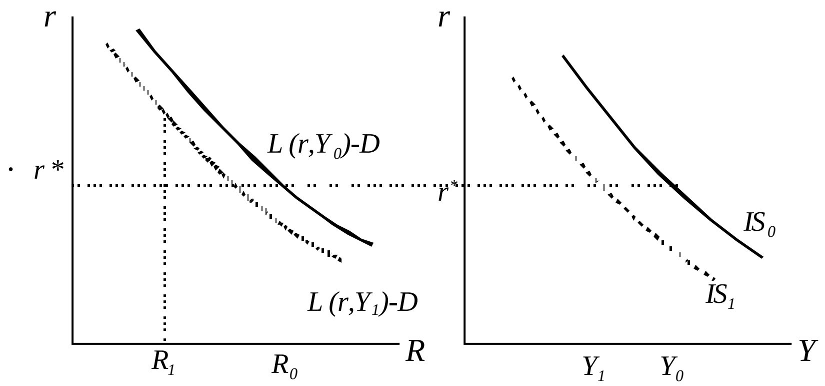
a) Caída en la renta mundial.

Tipo de cambio flexible.



La caída de la renta mundial desplaza la IS hacia la izquierda. Pero la reducción del tipo de interés interno por debajo de r^D produce una salida de capitales, que conducen a una devaluación del tipo de cambio. La devaluación desplaza la curva IS hacia la derecha. Al final al renta es la misma.

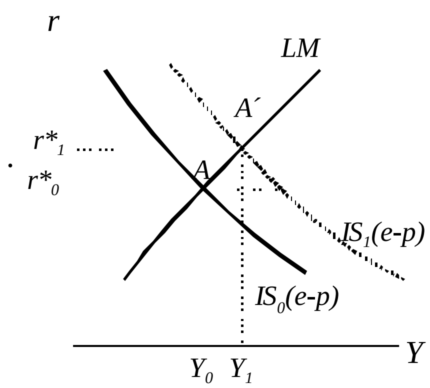
Tipo de cambio fijo.



El desplazamiento de la curva IS hacia la izquierda, produce una salida de capitales, por el mismo motivo que antes, que ocasiona una pérdida de reservas. Esta reducción de la oferta monetaria vuelve a elevar el tipo de interés hasta r^D. La renta ha caído de y_0 a y_1.

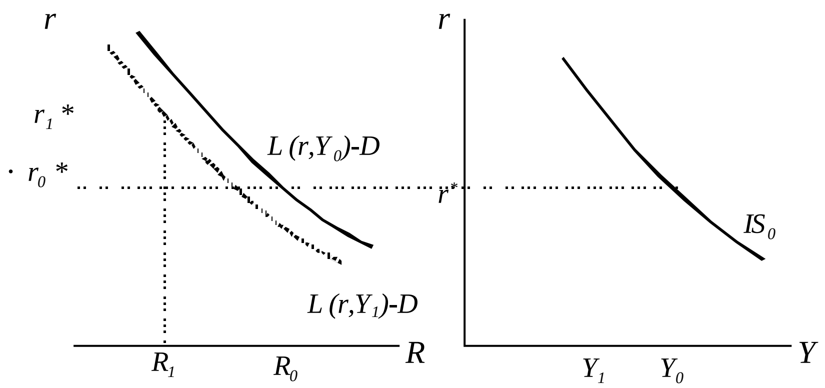
b) Una elevación de r^D.

Tipo de cambio flexible.



La elevación de r^D produce una salida de capitales qye induce una devaluación. Lo que desplaza la curva IS hacia la derecha, elevando la renta a y_1y el tipo de interés a r_1^D.

Tipo de cambio fijo.



La elevación de r^D produce una pérdida de reservas que reduce la oferta monetaria, elevándose el tipo de interés interior. Esto reduce la demanda privada y la renta de y_0 a y_1.

* * *

EJERCICIO 2.11

$$Y = A(r,\bar{G},Y) + T(\frac{P}{P},Y,Y^{D})$$

$$R + \bar{D} = L(r,Y)$$

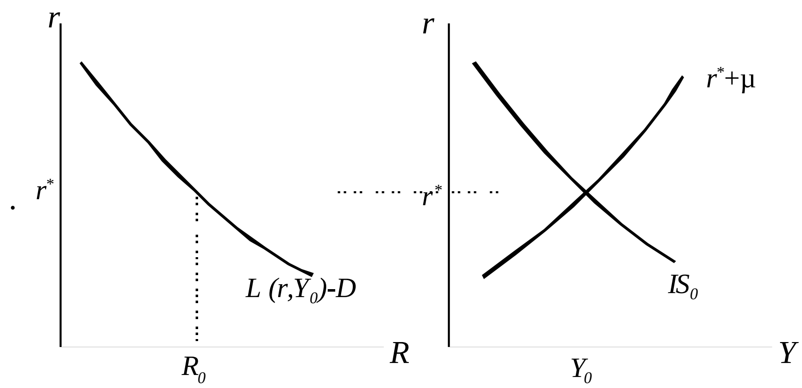
$$r = r^{D} + W$$

Sea el tipo de cambio que hace que T=0. Entonces:

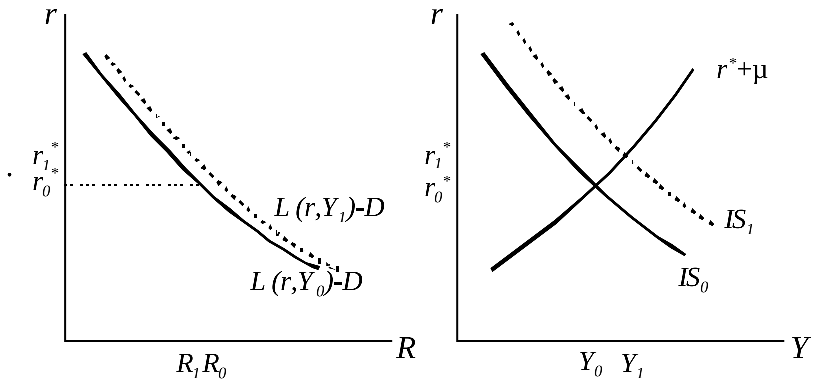
$$W = W(\; ? \;), \quad W' > 0, \quad W(0) = 0$$

pues si > , el tipo de cambio esta sobre apreciado y la prima de riesgo es positiva. Cuanto mayor sea la diferencia $\bar{e}$? , mayor será la prima de riesgo, pues más peligro habrá de una devaluación.

Pero será creciente con la renta, pues a mayor renta mayor será el tipo de cambio que hace $T = 0$. Luego $r = r^{D} + W$ es una curva creciente en el plano r ? y.



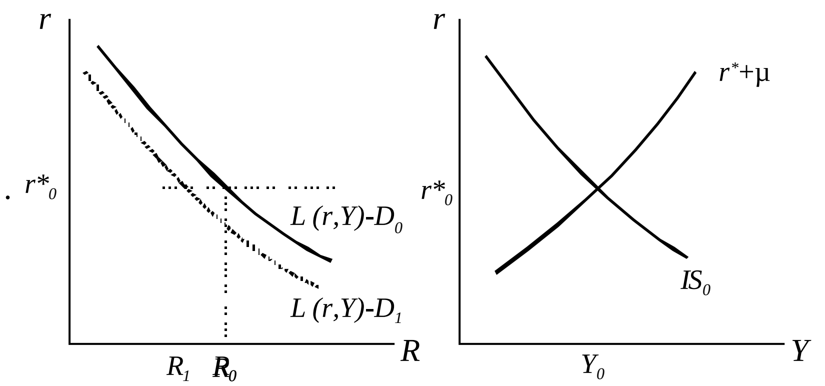
Política fiscal:



Se produce un aumento de la renta y del tipo de interés interior (porque aumenta el prima de riesgo). El efecto sobre el nivel de reservas está indeterminado. Depende de cual sea mayor: el aumento en el tipo de interés interior como consecuencia de la mayor demanda de dinero o el aumento del tipo de interés exigido para mantener titulos interiores debido a la mayor prima de riesgo.

El aumento en la renta será menor que cuando $r = r^D$ y no había prima de riesgo.

Política monetaria:



Una expansión monetaria, un aumento en $\overset{\#}{D}$, sólo produce una perdida de reservas, como consecuencia de la reducción del tipo de interés interior por debajo de $r^D + W$. La caída en las reservas compensa el aumento en $\overset{\#}{D}$ y mantiene constante la cantidad total de dinero.

* * *

Capítulo 3. Expectativas y política macroeconómica.

EJERCICIO 3.1

1. Demanda de dinero:

$$\frac{M^d}{p} = a_t e^{?b\wedge^{e}_{t}} \qquad \text{(i)}$$

Tomando logaritmos, y reordenado:

$$p_t = \frac{m_t}{1+b} ? \frac{\ln a_t}{1+b} + \frac{b}{1+b} p^e_{t+1} \qquad \text{(ii)}$$

Bajo expectativas racionales, de manera similar a la sección 3.6.2 y teniendo en cuenta que:

$$\ln a_{t+1} = \ln a_t + J \quad \text{(tasa de crecimiento de a=}J\text{)}$$

se obtiene:

$$p_t = \frac{m_t}{1+b} ? \ln a_t ? Jb + \frac{1}{1+b} \sum_{j=0}^{K} {}_t m^e_{t+j} \left(\frac{b}{1+b}\right)^j \qquad \text{(iii)}$$

La tasa de inflación será:

$$p_{t+1} ? p_t = \frac{m_t + 1}{1+b} ? J + \frac{1}{1+b} \sum_{j=1}^{K} {}_{t+1}m^e_{t+1+j} \left(\frac{b}{1+b} \right)^j$$

$$? \ \frac{m_t}{1+b} ? \ \frac{1}{1+b} \sum_{j=1}^{K} {}_t m^e_{t+j} \left(\frac{b}{1+b} \right)^j \qquad \text{(iv)}$$

a)Si el anuncio del gobierno resulta totalmente creíble.

$${}_t m^e_{t+j} = m_t + jL \quad ÝL = 0.05Þ$$

La tasa de inflación:

$$p_{t+1} ? p_t = ?J + L = 0.025 = 2.5\%$$

b) Si los agentes creen que que en el primer ejercicio se crecerá al 5% y en los ejercicios posteriores al 10%.

$$m_{t+1} = m_t + L \quad ÝL = 0.05Þ$$

$$m_{t+j+1} = m_{t+j} + N \quad ÝN = 0.10Þ$$

La tasa de inflación:

$$p_{t+1} ? p_t = ?J + \frac{L + Nb}{1+b} = 0.0472 = 4.72\%$$

* * *

EJERCICIO 3.2

a)Oferta agragada (curva de oferta de Lucas, ver sección 3.8):

$$y_t = \bar{y} + KÝp_t ? E_{t?1}p_tÞ + u_t \qquad \text{(i)}$$

Demanda de bienes:

$$y_t = ?Nr_t + Wg_t + v_t \qquad \text{(ii)}$$

Demanda de dinero:

$$m_t ? p_t = Sy_t ? Jr_t + s_t \qquad \text{(iii)}$$

La cantidad de dinero y el nivel de gasto público tienen un componente aleatorio y otro anticipado:

$$m_t = E_{t?1}m_t + P_t \qquad \text{(iv)}$$

$$g_t = E_{t?1}g_t + L_t \qquad \text{(v)}$$

De (ii) y (iii) se obtiene la demanda agregada:

$$y_t = \frac{1}{J + NS} ÝJWg_t + Nm_t ? Np_t ? Ns_t + Jv_tÞ \qquad \text{(vi)}$$

Se deriva la forma reducida del modelo:

$$\bar{y} + KÝp_t ? E_{t?1}p_tÞ + u_t = \frac{1}{J + NS} ÝJWg_t + Nm_t ? Np_t ? Ns_t + Jv_tÞ \quad \text{(vii)}$$

Trabajando con estas ecuaciones del mismo modo que en la sección 3.8 se obtiene:

$$y_t = \bar{y} + \frac{N}{N + KÝNS + JÞ} \left[\left(P_t ? s_t + \frac{WJ}{N} L_t + \frac{J}{N} v_t \right) K + u_t \right] = \bar{y} + f$$

Luego los componentes anticipados de las dos variables de política económica no afectan a la renta.

$$r_t = \frac{1}{N} \left[\bar{y} + W \left(E_{t?1}g_t + L_t \right) + v_t + f \right]$$

Por lo tanto, el tipo de interés depende del componente anticipado de la política fiscal.

b)Si los precios son rígidos, en el sentido de ajustarse solo parcialmente a los de equilibrio, la ecuación de oferta se sustituye:

$$p_t ? p_{t?1} = JÝp^D_t ? p_{t?1}Þ$$

La solución era del tipo:

$$y_t = b_0\bar{y} + b_1E_{t?1}m_t + b_2E_{t?1}g_t + b_3p_{t?1} + f$$

donde

$$b_0 = 1 \quad si \quad J = 1$$

$$b_1 = 0,\ b_2 = 0,\ b_3 = 0 \quad si \quad J = 1$$

* * *

EJERCICIO 3.3

El salario real de equilibrio es neto de impuestos, la función de producción en este caso es:

$$y_t = k^J \left(\frac{w(1+t)p_t^e}{p_t} \right)^{-K}$$

Se calcula la curva de oferta del mismo modo que en la sección 3.8:

$$y_t = \bar{y} - Kb + K(p_t - E_{t-1}p_t) + u_t \quad \text{siendo } b = \ln(1+t)$$

$\bar{y} - Kb$ podría interpretarse como el nivel natural de producto dado el tipo de impositivo implicito en b.

Ecuación de demanda:

$$y_t = S(m_t - p_t) - Jb + v_t$$

Ecuación de política monetaria:

$$m_t = E_{t-1}m_t + P_t$$

Utilizando el mismo procedimiento que en la sección 3.8 se obtiene:

$$p_t = E_{t-1}m_t - \frac{1}{S}\bar{y} + \frac{(K - J)}{S}b + \frac{SP_t + v_t - u_t}{K+S}$$

$$y_t = \bar{y} - Kb + \frac{KS}{K+S}P_t + \frac{K}{K+S}v_t + \frac{S}{K+S}u_t$$

En donde b afecta a y_t, hay una relación negativa entre el tipo impositivo y la renta, puede interpretarse como una relación negativa entre el tipo impositivo y el nivel natural de renta. El efecto del tipo impositivo sobre los precios esta indeterminado.

* * *

EJERCICIO 3.4

Curva de Phillips:

$$p_t - p_{t-1} = a_0 + a_1 U_t + p_t^e - p_{t-1} + P_t \quad a_1 < 0 \quad \text{(i)}$$

Demanda agregada:

$$p_t = b_0 m_t + b_t U_t \quad b_1 > 0 \quad \text{(ii)}$$

a) El modelo incorpora tasa natural de paro ya que si $\wedge_t = \wedge_t^e$ ö $U_t =$ constante.

Si $\wedge_t = \wedge_t^e$

$$p_t - p_{t-1} = a_0 + a_1 U_t + p_t^e - p_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$0 = a_0 + a_1 U_t + \varepsilon_t$$
$$U_t = -\frac{a_0}{a_1} > 0 \qquad \text{constante.}$$

b) (b.1) Mecanismo de formación de expectativas:

$$p_t^e = \lambda p_{t-1}$$

sustituyendo en (i), e igualando (i) a (ii):

$$b_0 m_t + b_t U_t = p_{t-1} + a_0 + a_1 U_t + \lambda p_{t-1} - p_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$U_t = \frac{a_0 - b_0 m_t + \lambda p_{t-1} + \varepsilon_t}{b_1 - a_1}$$

Por lo tanto, la política monetaria afectará a la tasa de paro.

(b.2) Mecanismo de formación de expectativas:

$$p_t^e = E_{t-1} p_t$$

Tomando expectativas en (i) y (ii) se obtiene:

$$E_{t-1} p_t = b_0 E_{t-1} m_t + b_1 \left(-\frac{a_0}{a_1} \right)$$

Sustituyendo este resultado en (i), e igualando (i) y (ii):

$$b_0 m_t + b_t U_t = p_{t-1} + a_0 + a_1 U_t + \left(b_0 E_{t-1} m_t + b_1 \left(-\frac{a_0}{a_1} \right) \right) - p_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$U_t = -\frac{a_0}{a_1} - \frac{b_0 (m_t - E_{t-1} m_t) - \varepsilon_t}{b_1 - a_1}$$

como $m_t - E_{t-1} m_t = Y_t$ sólo tienen efectos sobre la tasa de paro los componentes no anticipados de la política monetaria.

* * *

EJERCICIO 3.5

$$\pi_t = a + b(m_t - m_t^e) + \pi^*$$
$$m_t = K_0 + K_1 m_{t-1} + \varepsilon_t \qquad 0 < K < 1$$

se trata de elegir K_0 y K_1, que minimizan $E_{t-1}[\pi_t - \pi^*]^2$

a)

$$m_t^e = \lambda m_{t-1}$$
$$\pi_t = a + b(K_0 + K_1 m_{t-1} + \varepsilon_t) - \lambda b m_{t-1} + \pi^*$$
$$E_{t-1}[\pi_t - \pi^*]^2 = E_{t-1}[a + b(K_0 + (K_1 - \lambda) m_{t-1} + \varepsilon_t)]^2$$
$$\frac{\partial E_{t-1}[\pi_t - \pi^*]^2}{\partial K_0} = E[2(a + b(K_0 + (K_1 - \lambda) m_{t-1} + \varepsilon_t)) b] = 0$$
$$\frac{\partial E_{t-1}[\pi_t - \pi^*]^2}{\partial K_1} = E[2(a + b(K_0 + (K_1 - \lambda) m_{t-1} + \varepsilon_t)) b m_{t-1}] = 0$$

que se transforman en:

$$a + b(K_0 + (K_1 - \lambda) m_{t-1}) = 0$$
$$a + b(K_0 + (K_1 - \lambda)) = 0$$

cuya solución es:

$$K_0 = -\frac{a}{b} \qquad K_1 = \lambda$$

Luego:

$$m_t = -\frac{a}{b} + \lambda m_{t-1} + \varepsilon_t$$

y:

$$\pi_t = a + b\left(-\frac{a}{b} + \lambda m_{t-1} + \varepsilon_t \right) - b\lambda m_{t-1} + \pi^*$$

Por tanto:

$$\pi_t - \pi^* = b\varepsilon_t$$

El valor mínimo de la función objetivo en este caso será:

$$E\left[(\wedge_t - \wedge^D)^2\right] = E\left[(bP_t)^2\right] = b^2 a_P^2$$

b)

$$m_t^e = E_{t-1} m_t$$

$$E_{t-1} m_t = K_0 + K_1 m_{t-1}$$

entonces:

$$\wedge_t = a + bP_t + \wedge^D$$

El mínimo de $E\left[(\wedge_t - \wedge^D)^2\right]$ es independiente de K_0 y K_1, luego la decisión sobre K_0 y K_1 es irrelevante.

$$E\left[(\wedge_t - \wedge^D)^2\right] = E\left[(a + bP_t + \wedge^D - \wedge^D)^2\right]$$

$$= E\left[a^2 + b^2 P_t^2 + 2abP_t\right] = a^2 + b^2 a_P^2$$

* * *

EJERCICIO 3.6

Curva de oferta:

$$y_t = N y_{t-1} + K(p_t - p_{t-1}) + u_t$$

Función de demanda agregada:

$$y_t = d(m_t - p_t) + v_t$$

Regla monetaria:

$$m_t = g_0 + g_1 y_{t-1} + P_t$$

Se calcula la forma reducida del modelo igual que en la sección 3.8:

$$p_t = \frac{1}{d+K}\left[K E_{t-1} p_t + d m_t - N y_{t-1} + v_t - u_t\right]$$

y se obtienen las siguientes ecuaciones de precios y renta:

$$p_t = g_0 + g_1 y_{t-1} - \frac{N}{d} y_{t-1} + \frac{dP_t + v_t - u_t}{d+K}$$

$$y_t = N y_{t-1} + \frac{K(dP_t + v_t + u_t)}{d+K} + u_t$$

La renta es independiente de los componentes anticipados de la política monetaria g_0, g_1, sólo se ve afectada por los componentes aleatorios de la política monetaria P_t.

Si se trabajase con una política monetaria genérica del tipo:

$$m_t = E_{t-1} m_t + P_t$$

siguiendo los mismos pasos que en la sección 3.8 se obtendría:

$$p_t = E_{t-1} m_t - \frac{N}{d} y_{t-1} + \frac{dP_t + v_t - u_t}{d+K}$$

$$y_t = N y_{t-1} + \frac{K(dP_t + v_t + u_t)}{d+K} + u_t$$

la renta continuaría siendo independiente del componente anticipado de la política monetaria, sólo se vería afectada por los componentes aleatorios.

* * *

EJERCICIO 3.7

Oferta y demanda estan representadas por las ecuaciones (16) y (18) de la sección 3.8. La autoridad monetaria anuncia una contracción monetaria para reducir el nivel de precios:

$$m_t = \bar{m} < m_{t-1}$$

Igualando las ecuaciones (16) y (18) se obtiene la forma reducida del modelo:

$$p_t = \frac{1}{d+K}\left[K E_{t-1} p_t + d m_t - \bar{y} + v_t - u_t\right]$$

a) Si el anuncio de la autoridad monetaria resulta creíble.

$$E_{t-1}m_t = \bar{m}$$

Con esta información, siguiendo los paso de la sección 3.8 se obtiene:

$$p_t = \bar{m} - \frac{1}{d}\bar{y} + \frac{v_t - u_t}{K + d}$$

$$y_t = \bar{y} + \frac{K(v_t - u_t)}{K + d} + u_t$$

por lo tanto, una política monetaria creíble es neutral, no afecta al nivel de renta y afecta proporcionalmente al nivel de precios.

b) Si el anuncio de la autoridad monetaria no resulta creíble.

$$E_{t-1}m_t = m_{t-1} < \bar{m}$$

siguiendo el mismo procedimiento que en el caso anterior se obtiene:

$$p_t = \bar{m} + \frac{K}{K + d}(m_{t-1} - \bar{m}) - \frac{1}{d}\bar{y} + \frac{v_t - u_t}{K + d}$$

$$y_t = \bar{y} + \frac{Kd}{K + d}(\bar{m} - m_{t-1}) + \frac{K(v_t - u_t)}{K + d} + u_t$$

Como $\bar{m} < m_{t-1}$ el nivel de renta se reduce al aplicar una política monetaria contractiva que no es creíble, y la reducción de precios es menos que proporcional.

* * *

EJERCICIO 3.8

En realidad, basta con sustituir en las expectativas finales de la sección 3.9.1 la expectativa condicional por su expresión bajo cada una de las reglas monetarias que se proponen que son, respectivamente:

caso a) $E_{t-1}m_t = J + Km_{t-1}$

caso b) $E_{t-1}m_t = \bar{m}$

caso c) $E_{t-1}m_t = g_0 + g_1 y_{t-1}$

pues se entiende que el error P_t es, en todos los casos, ruido blanco. Por otra parte:

caso a) $E_{t-2}m_t = E_{t-2}(J + Km_{t-1} + P_t) = E_{t-2}(J + KJ + K^2 m_{t-2} + KP_{t-1} + P_t)$

$= J(1 + K) + K^2 m_{t-2}$

caso b) $E_{t-2}m_t = \bar{m}$

y dejamos de momento el caso c) para más adelante. Así, la solución del modelo es:

Caso a)

$$p_t = \left(1 + \frac{K^2}{2S + K}\right)J + \frac{2S}{2S + K}Km_{t-1} + \frac{K^3}{2S + K}m_{t-2} - \frac{\bar{y}}{S} + \frac{SP_t + v_t - u_t}{S + K}$$

$$y_t = -JS\frac{K^2}{2S + K} + \frac{SK^2}{2S + K}m_{t-1} - \frac{SK^3}{2S + K}m_{t-2} + \bar{y} + \frac{SKP_t + Kv_t + Su_t}{S + K}$$

por lo que las perturbaciones de oferta afectan negativamente a los precios y positivamente a la renta, las perturbaciones de la demanda afectan positivamente a precios y renta. Las perturbaciones (o sorpresas) monetarias afectan positivamente al nivel de precios, pero tambien al nivel de renta de equilibrio.

Caso b)

$$p_t = E_{t-1}m_t - \frac{K}{2S+K}(E_{t-1}m_t - E_{t-2}m_t) - \frac{\bar{y}}{S} + \frac{SP_t + v_t - u_t}{S+K}$$

$$= \bar{m} - \frac{K}{2S+K}(E_{t-1}m_t - E_{t-2}m_t) - \frac{\bar{y}}{S} + \frac{SP_t + v_t - u_t}{S+K}$$

$$y_t = \bar{y} + \frac{SKP_t + Kv_t + Su_t}{S+K}$$

con el mismo análisis que antes acerca de los signos de los efectos de las diferentes perturbaciones.

* * *

EJERCICIO 3.9

El modelo sería en este caso:

a) Oferta agregada:

$$y_t = \bar{y} + K(p_t - E_{t-1}p_t) + u_t$$

b) Demanda agregada:

$$y_t = S(m_t - p_t) + v_t$$

c) Mecanismo salarial:

$$w_t = \frac{1}{2}E_{t-1}p_t + \frac{1}{2}E_{t-2}p_t$$

d)Regla monetaria:

$$m_t = E_{t-1}m_t + P_t$$

Se obtiene la forma reducida, igualando la oferta y demanda:

$$\bar{y} + K(p_t - E_{t-1}p_t) + u_t = S(m_t - p_t) + v_t$$

$$p_t = \frac{K}{K+S}E_{t-1}p_t + \frac{K}{K+S}E_{t-1}m_t - \frac{\bar{y}}{K+S} + \frac{SP_t + v_t - u_t}{S+K} \quad \text{(i)}$$

tomando expectativas E_{t-1} y E_{t-2} y sustituyendo en (i):

$$p_t = E_{t-1}m_t - \frac{\bar{y}}{K+S} + \frac{SP_t + v_t - u_t}{S+K}$$

luego:

$$E_{t-1}p_t = E_{t-1}m_t - \frac{\bar{y}}{K+S}$$

siendo la sorpresa de precios:

$$p_t - E_{t-1}p_t = \frac{SP_t + v_t - u_t}{S+K}$$

que llevada a la ecuación de oferta agregada:

$$y_t = \bar{y} + K\frac{SP_t + v_t - u_t}{S+K} + u_t = \bar{y} + \frac{KSP_t + Kv_t + Su_t}{S+K}$$

por lo que la componente anticipada de la regla monetaria no tiene efectos reales. Esto se debe a que el mecanismo salarial no juega ningún papel en la oferta ni en la demanda agregadas. De hecho, como se ha visto, el modelo puede resolverse sin utilizar la ecuación c). Lo mismo ocurrre con la ecuación de oferta:

$$y_t = y_{t-1} + K(p_t - E_{t-1}p_t) + u_t$$

* * *

Capítulo 4. Las decisiones de los consumidores.

EJERCICIO 4.1

a) Problema de decisión intertemporal:

$$MaxU(c_1, c_2, n_1, n_2, s_1) = \ln c_1 + L\ln(24 - n_1) + K[\ln c_2 + L\ln(24 - n_2)]$$

$$c_1 + s_1 = y_1 + w_1 n_1$$

$$c_2 = y_2 + w_2 n_2 + (1+r)s_1$$

b)La función de oferta de trabajo en cada periodo se deriva utilizando el procedimiento de la sección 4.4. El Lagrangiano de este problema es:

$$
\begin{aligned}
£ = {}& \ln c_1 + L\ln(24 - n_1) + K\left[\ln c_2 + L\ln(24 - n_2)\right] + V[y_1 + w_1 n_1 - c_1 - s_1] \\
& + W\left[y_2 + w_2 n_2 + (1 + r)s_1 - c_2\right]
\end{aligned}
$$

El consumo óptimo será estrictamente positivo en cada período y las restricciones se satisfarán con igualdad. Las condiciones de optimalidad son:

- Igualdad entre la relación marginal de sustitución del consumo en el tiempo y su precio relativo, el tipo de interés real bruto.

$$c_2 = c_1 K(1 + r)$$

- Relaciones marginales de sustitución entre el consumo y el ocio.

$$\frac{L}{24 - n_1} = w_1 \frac{1}{c_1}$$

$$\frac{L}{24 - n_2} = w_2 \frac{K}{c_2}$$

- Estrategia óptima de sustitución del trabajo a través del tiempo.

$$\frac{24 - n_2}{K(24 - n_1)} = (1 + r)\frac{w_1}{w_2}$$

De las restricciones presupuestarias de ambos periodos se obtiene:

$$c_1 + \frac{c_2}{(1 + r)} = y_1 + \frac{y_2}{(1 + r)} + w_1 n_1 + \frac{w_2 n_2}{(1 + r)}$$

Con estas ecuaciones tal y como se realiza en la sección 4.4 se obtiene la función de oferta de trabajo en ambos periodos:

$$n_1 = \frac{1}{(1 + K)(1 + L)}\left[24(1 + K + KL) - \frac{L}{w_1}\left(y_1 + \frac{y_2}{(1 + r)} + 24\frac{w_2}{(1 + r)}\right)\right]$$

$$n_2 = 24(1 + L + K) - \frac{KL(1 + r)}{(1 + K)(1 + r)}\frac{1}{w_2}\left[24w_1 + y_1 + \frac{y_2}{1 + r}\right]$$

Si pasamos de una situación en la que el salario es igual en ambos periodos a otra situación en la que $w_1 < w_2$, la oferta de trabajo del primer periodo disminuirá. Para pasar de una situación en la que $w_1 < w_2$ a otra donde $w_1 < w_2$ o ha aumentado w_2 o ha disminuido w_1, en ambas situaciones, la oferta de trabajo del primer periodo disminuye. Ya que disminuye cuando disminuye el salario real del periodo, una disminución del salario real tiene un efecto renta y otro sustitución, predominando este último; y disminuye al aumentar el salario en el segundo periodo, se produce un efecto de sustitución intertemporal de la oferta de trabajo.

c) Si $y_1 = y_2 = 0$, el resultado del apartado anterior sería:

$$n_1 = \frac{1}{(1 + K)(1 + L)}\left[24(1 + K + KL) - \frac{L}{w_1}\left(24\frac{w_2}{(1 + r)}\right)\right]$$

$$n_2 = 24(1 + L + K) - \frac{KL(1 + r)}{(1 + K)(1 + r)}\frac{24w_1}{w_2}$$

Las variaciones del salario real harían variar a la oferta de trabajo en el mismo sentido que en el apartado anterior, excepto en el caso en el que $w_1 = w_2$, pues entonces el salario no aparecería en las funciones de trabajo.

* * *

EJERCICIO 4.2

Problema de decisión intertemporal:

$$MaxU(c_1,c_2,n_1,n_2,s_1) = \ln c_1 + L\ln(24 - n_1) + K[\ln c_2 + L\ln(24 - n_2)]$$

$$c_1(1 + t_1) + s_1 = y_1 + w_1 n_1$$

$$c_2(1 + t_2) = y_2 + w_2 n_2 + (1 + r)s_1$$

El Lagrangiano de este problema es:

$$£ = \ln c_1 + L\ln(24 - n_1) + K[\ln c_2 + L\ln(24 - n_2)] + V[y_1 + w_1 n_1 - c_1(1 + t_1) - s_1]$$
$$+ W[y_2 + w_2 n_2 + (1 + r)s_1 - c_2(1 + t_2)]$$

La solución del problema se efectua de forma similar a la del ejercicio anterior, siguiendo los pasos realizados en la sección 4.4. Los resultados son:

- La relación marginal de sustitución del consumo en el tiempo, se ve afectada por la existencia de impuestos sobre el consumo siempre y cuando la cuantía de los impuestos sea distinta en ambos periodos, no viendose afectada en el caso en que dicha cuantía coincida.

$$c_2(1 + t_2) = c_1(1 + t_1)K(1 + r)$$

- Se produce una alteración de las relaciones marginales de sustitución entre el consumo y el ocio.

$$\frac{L}{24 - n_1} = w_1 \frac{1}{c_1(1 + t_1)}$$
$$\frac{L}{24 - n_2} = w_2 \frac{K}{c_2(1 + t_2)}$$

- No varia la estrategia óptima de sustitución del trabajo a través del tiempo.

$$\frac{24 - n_2}{K(24 - n_1)} = (1 + r)\frac{w_1}{w_2}$$

De las restricciones presupuestarias de ambos periodos se obtiene:

$$c_1(1 + t_1) + \frac{c_2(1 + t_2)}{(1 + r)} = y_1 + \frac{y_2}{(1 + r)} + w_1 n_1 + \frac{w_2 n_2}{(1 + r)}$$

Con estas ecuaciones tal y como se realiza en la sección 4.4 se obtiene la función de oferta de trabajo en ambos periodos.

* * *

EJERCICIO 4.3

El problema de decisión intertemporal es:

$$MaxU(c_1,c_2,n_1,g_2,s_1) = \ln c_1 + L\ln(24 - n_1) + K[\ln c_2 + L\ln g_2]$$

$$c_1 + s_1 = A_0 + [rA_0 + wn_1](1 - t)$$

$$c_2 + g_2 = s_1 + [rs_1 + y_2](1 - t)$$

El Lagrangiano de este problema es:

$$£ = \ln c_1 + L\ln(24 - n_1) + K[\ln c_2 + L\ln g_2] + V[A_0 + [rA_0 + wn_1](1 - t) - c_1 - s_1]$$
$$+ W[s_1 + [rs_1 + y_2](1 - t) - c_2 - g_2]$$

Las condiciones de optimalidad son:

- Igualdad entre la relación marginal de sustitución del consumo en el tiempo.

$$c_2 = c_1 K(1 + r(1 - t))$$

- Relacion marginal de sustitución entre el consumo y la riqueza que el consumidor quiere legar al final del segundo periodo.

$$g_2 = c_2 N$$
$$g_2 = c_1 K(1 + r(1 - t))N$$

- Relación marginal de sustitución entre el consumo y ocio en el primer periodo.

$$n_1 = 24 - \frac{Lc_1}{(1 - t)w}$$

Sustituyendo las condiciones de optimalidad en la restricción presupuestaria se optienen los diferntes valores óptimos.

a)-El valor óptimo de consumo:

$$c_1 = \frac{A_0(1+r(1-t))}{1+K+L+NK} + \frac{y_2(1-t)}{(1+K+L+NK)(1+r(1-t))} + \frac{(1-t)24w}{1+K+L+NK}$$

$$c_2 = \frac{A_0K(1+r(1-t))^2}{1+K+L+NK} + \frac{y_2(1-t)K}{(1+K+L+NK)} + \frac{(1-t)24wK(1+r(1-t))}{1+K+L+NK}$$

- El legado.

$$g_2 = \frac{NA_0K(1+r(1-t))^2}{1+K+L+NK} + \frac{Ny_2(1-t)K}{(1+K+L+NK)} + \frac{N(1-t)24wK(1+r(1-t))}{1+K+L+NK}$$

- La oferta de trabajo en el primer periodo:

$$n_1 = 24 - \left[\frac{LA_0(1+r(1-t))}{w(1-t)(1+K+L+NK)} + \frac{Ly_2}{w(1+K+L+NK)(1+r(1-t))}\right] - \left[+\frac{24L}{1+K+L+NK}\right]$$

El modo en el que el salario, el valor de la riqueza inicial, y la renta exógena del segundo periodo afectan a cada una de estas variables es:

$$\frac{\partial c_1}{\partial w} = \frac{(1-t)24}{1+K+L+NK} > 0$$

$$\frac{\partial c_2}{\partial w} = \frac{K(1+r(1-t))(1-t)24}{1+K+L+NK} > 0$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial w} = \frac{NK(1+r(1-t))(1-t)24}{1+K+L+NK} > 0$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial w} = \frac{LA_0(1+r(1-t))}{w^2(1-t)(1+K+L+NK)} + \frac{Ly_2}{w^2(1+K+L+NK)(1+r(1-t))} > 0$$

Por lo tanto, un aumento del salario hace que el consumo en ambos periodos, el legado y la oferta del trabajo en el primer periodo aumenten.

$$\frac{\partial c_1}{\partial A_0} = \frac{1+r(1-t)}{1+K+L+NK} > 0$$

$$\frac{\partial c_2}{\partial A_0} = \frac{K(1+r(1-t))^2}{1+K+L+NK} > 0$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial A_0} = \frac{NK(1+r(1-t))^2}{1+K+L+NK} > 0$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial A_0} = -\frac{L(1+r(1-t))}{w(1-t)(1+K+L+NK)} < 0$$

Por lo tanto, un aumento del valor de la riqueza inicial hace que el consumo en ambos periodos y el legado aumenten y que la oferta de trabajo ofrecida en el primer periodo disminuya.

$$\frac{\partial c_1}{\partial y_2} = \frac{(1-t)}{(1+K+L+NK)(1+r(1-t))} > 0$$

$$\frac{\partial c_2}{\partial y_2} = \frac{K(1-t)}{1+K+L+NK} > 0$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial y_2} = \frac{NK(1-t)}{1+K+L+NK} > 0$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial y_2} = -\frac{L}{w(1+r(1-t))(1+K+L+NK)} < 0$$

Por lo tanto, un aumento de de la renta exógena del segundo periodo aumenta el consumo en ambos periodos y el legado, y hace disminuir la oferta de trabajo del primer periodo.

b) Los efectos de una variación del tipo impositivo sobre el ahorro, el consumo y la oferta de trabajo en el primer periodo son:

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} = -\frac{rA_0 + 24w}{1 + K + KN + L} - \frac{y_2}{(1 + r(1 - t))^2(1 + K + KN + L)} < 0$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = -\frac{LA_0}{w(1 - t)^2(1 + K + KN + L)} - \frac{rLy_2}{w(1 + r(1 - t))(1 + K + KN + L)} < 0$$

$$\frac{\partial s_1}{\partial t} = -A_0 r - 24w - (1 + L)\frac{\partial c_1}{\partial t}$$

c) El gobierno reduce el tipo impositivo sobre la renta, para mostrar sus efectos multiplicamos al tipo impositivo por una constante k<1.

c.1) Si la política del gobierno es creíble, los niveles de consumo y de oferta de trabajo son los siguientes:

$$c_1 = \frac{A_0(1 + r(1 - kt))}{1 + K + L + NK} + \frac{y_2(1 - kt)}{(1 + K + L + NK)(1 + r(1 - kt))} + \frac{(1 - kt)24w}{1 + K + L + NK}$$

$$c_2 = \frac{A_0K(1 + r(1 - kt))^2}{1 + K + L + NK} + \frac{y_2(1 - kt)K}{(1 + K + L + NK)} + \frac{(1 - kt)24wK(1 + r(1 - kt))}{1 + K + L + NK}$$

$$n_1 = 24 - \left[\frac{LA_0(1 + r(1 - kt))}{w(1 - kt)(1 + K + L + NK)} + \frac{Ly_2}{w(1 + K + L + NK)(1 + r(1 - kt))}\right] - \left[+\frac{24L}{1 + K + L + NK}\right]$$

Por lo tanto, la redución del tipo impositivo produce los efectos vistos en el apartado b.

c.2) Si la política del gobierno no es creíble, los niveles de consumo y oferta de trabajo son los siguientes:

$$c_1 = \frac{A_0(1 + r(1 - kt))}{1 + K + L + NK} + \frac{y_2(1 - t)}{(1 + K + L + NK)(1 + r(1 - t))} + \frac{(1 - kt)24w}{1 + K + L + NK}$$

$$c_2 = \frac{A_0K(1 + r(1 - kt))(1 + r(1 - t))}{1 + K + L + NK} + \frac{y_2(1 - t)K}{(1 + K + L + NK)} + \frac{(1 - kt)24wK(1 + r(1 - t))}{1 + K + L + NK}$$

$$n_1 = 24 - \frac{Lc_1}{(1 - tk)w}$$

Se observa que el consumo aumenta más cuando la política del gobierno es creíble que cuando no es creíble.

* * *

EJERCICIO 4.4

a) Los consumidores no tienen restricciones para endeudarse. El problema de decisión intertemporal es:

$$Max\ \ln c_1 + K\ln c_2$$

$$c_1 = y_1 - s_1$$

$$c_2 = (1 + r)s_1 + y_2$$

Los niveles óptimos de consumo son:

$$c_1 = \frac{y_2 + (1 + r)y_1}{(1 + r)(1 + K)}$$

$$c_2 = \frac{K(y_2 + (1 + r)y_1)}{1 + K}$$

El consumo presente ante una elevación de su renta futura se elevará:

$$\frac{\partial c_1}{\partial y_2} = \frac{1}{(1 + r)(1 + K)} > 0$$

b) Si los consumidores no pueden endeudarse, el problema de decisión intertemporal es:

$$Max\ \ln c_1 + K\ln c_2$$

$$c_1 = y_1 - s_1$$
$$c_2 = (1 + r)s_1 + y_2$$
$$s_1 \geq 0$$

Los niveles óptimos de consumo son:

- Si $s_1^* > 0 \Rightarrow L = 0$

$$c_2 = K(1 + r)c_1$$

- Si $s_1^* = 0$

$$c_1 = y_1$$
$$c_2 = y_2$$

En este caso no puede aumentar c_1 por encima de y_1

c) Si existe incertidumbre.

$$Max \;\; lnc_1 + KE[\ln c_2]$$

$$c_1 = y_1 - s_1$$
$$c_2 = (1 + r)s_1 + y_2^e; \quad siendo E[y_2^e] = 0 \; y \; Var[y_2^e] = a_y^2$$

El nivel óptimo de consumo en el primer periodo es:

$$c_1 = \frac{1}{K(1 + r)}\left[\frac{[\bar{y}_2 + (1 + r)(y_1 - c_1)]^3}{[\bar{y}_2 + (1 + r)(y_1 - c_1)]^2 + a_y^2}\right]$$

(para calcularlo se utiliza una aporximación de Taylor alrededro de $\bar{y}_2$)

Por lo tanto si:

$$\uparrow \bar{y}_2 \Rightarrow \downarrow E[U'(c_2)] \Rightarrow \uparrow c_1$$
$$\uparrow a_y^2 \Rightarrow \downarrow E[U'(c_2)] \Rightarrow \downarrow c_1$$

el efecto sobre el consumo es ambiguo, y desde luego menor que con ausencia de incertidumbre.

* * *

EJERCICIO 4.5

$$Max_{\{c_1, c_2\}} \;\; E[U(c_1) + KU(c_2)], \quad \text{donde } K = \frac{1}{1 + \_}$$
$$s.a \quad c_2 + (1 + r)c_1 = y_2 + (1 + r)y_1$$

que puede expresarse como

$$Max_{\{c_1\}} \quad U(c_1) + \frac{1}{1 + \_}E[U(y_2 + (1 + r)y_1 - (1 + r)c_1]$$

Condición de óptimo:

$$U'(c_1) - \frac{1 + r}{1 + \_}E[U'(c_2)] = 0$$

Pero si

$$U(c) = ac - \frac{1}{2}bE^2 \quad \text{y además } r = \_$$

esta relación se convierte en:

$$a - bc_1 - E[a - bc_2] = 0$$

$$c_1 = E\{c_2\}$$

Por consiguiente el consumo óptimo esperado en el periodo "futuro" es igual al consumo decidido en el periodo presente. Si los agentes tienen expectativas racionales esto implica que, bajo la supuesta función de utilidad cuadrática, y si los agentes tienen una tasa de decuento igual al tipo de interés, el consumo debe seguir un "paseo aleatorio":

$$c_2 = c_1 + W_2$$

donde W_2 es "ruido blanco".

* * *

Capítulo 5. La demanda de los factores de las empresas.

EJERCICIO 5.1

1. a) De acuerdo con el apartado 1.b) de la sección 5.1, la condición de óptimo es en este caso:

$$J_1 R N^{J_1 R ? 1} Q \; ? \; w = 0$$

donde:

$$Q = \text{Ý} z K^{J_2} \text{þ}^R S^{\frac{1}{P}}$$

$$R = 1 \; ? \; \frac{1}{P} = \text{ grado de competencia}$$

Esta condición puede escribirse:

$$\frac{J_1 R N^{J_1 R} z R K^{J_2 R} S^{\frac{1}{P}}}{N} = w$$

Pero teniendo en cuenta que:

$$Y^R = z^R N^{J_1 R} K^{J_2 R}$$

$$p = S^{\frac{1}{P}} Y^{?\frac{1}{P}}$$

se convierte en:

$$\frac{J_1 R Y^{1?\frac{1}{P}} S^{\frac{1}{P}}}{N} = \frac{J_1 R Y p}{N} = w$$

que se transforma en:

$$\frac{J_1 R z K^{J_2}}{N^{1?J_1}} = \frac{w}{p}$$

y, por tanto:

$$N = \left[\frac{J_1 R z K^{J_2}}{\frac{w}{p}} \right]^{\frac{1}{1?J_1}}$$

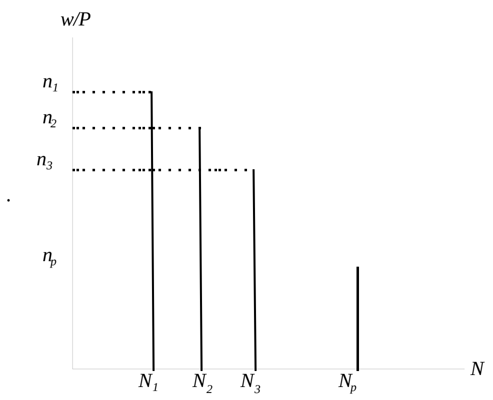
b) Vemos que el grado de competencia, R, es un factor de desplazamientode la curva de demanda de trabajo; un mayor R aumenta la demanda de empleo para cada salario real.

* * *

EJERCICIO 5.2

De acuerdo con la discusión del apartado 2) de la sección 5.1, si hubiera p empresas con diferentes n_i, de forma que:

$$n_1 < n_2 < n_3 .... < n_p$$



Al sumar horizontalmente este conjunto de curvas de demanda individuales, la curva agregada de demanda de empleo será decreciente con el salario real.

* * *

EJERCICIO 5.3

Para obtener el nivel de inversión óptima se maximiza el valor presente de la empresa, teniendo en cuenta que la función de producción es una función Cobb-Douglas, tal y como se realiza en la sección 5.2.2.

$$Max\ V = zN_0^{\gamma_1}K_0^{\gamma_2} - w_0N_0 - (K_1 - K_0) - c(K_1 - K_0)^2 + \frac{zN_1^{\gamma_1}K_1^{\gamma_2} - w_1N_1 + (1-\delta)K_1}{1+r}$$

La condición de inversión óptima es:

$$\frac{\partial V}{\partial K_1} = -1 - 2c(K_1 - K_0) + \frac{z\gamma_2N_1^{\gamma_1}K_1^{\gamma_2 - 1} + (1-\delta)}{1+r} = 0$$

Por lo tanto la inversión óptima es:

$$I_0 = K_1 - K_0 = \frac{z\gamma_2N_1^{\gamma_1}K_1^{\gamma_2-1} - (r+\delta)}{2c(1+r)} = \frac{Y_{k_1} - (r+\delta)}{2c(1+r)}$$

Se demuestra que la inversión óptima disminuye al aumentar los tipos de interés o los costas de ajuste y aumenta al elevarse la elasticidad del producto respecto al stock de capital.

$$\frac{\partial I_0}{\partial r} = \frac{1}{2c}\left[\frac{(-1)(r+1) - (Y_{k_1} - (r+\delta))}{(1+r)^2}\right] = \frac{-1}{2c}\left[\frac{Y_{k_1} + (1-\delta)}{(1+r)^2}\right] < 0$$

$$\frac{\partial I_0}{\partial c} = \frac{-1}{c^2}\left[\frac{Y_{k_1} - (r+\delta)}{2(1+r)}\right] = -\left[\frac{Y_{k_1} - (r+\delta)}{2(1+r)c^2}\right] < 0$$

$$\frac{\partial I_0}{\partial \gamma_2} = \frac{1}{2c(1+r)}zN_1^{\gamma_1}\left[K_1^{\gamma_2-1} + \gamma_2(\gamma_2 - 1)K_1^{\gamma_2-2}\right]$$

$$= \frac{1}{2c(1+r)}zN_1^{\gamma_1}K_1^{\gamma_2-1}\left[1 - \gamma_2(1-\gamma_2)K_1^{-1}\right] < 0$$

tal y como se quería demostrar.

* * *

EJERCICIO 5.4

a) La condición que determina la decisión óptima de inversión de una empresa que maximiza su valor presente en un horizonte de dos periodos se obtiene tal y como se indica en la sección 5.2.1. La empresa maximiza:

$$Max\ V = AK_0^{\alpha}L_0^{1-\alpha} - w_0L_0 - (K_1 - K_0) + \frac{AK_1^{\alpha}L_1^{1-\alpha} - w_1L_1 + (1-\delta)K_1}{1+r}$$

derivando respecto a las variables de decisión de la empresa:

$$\frac{\partial V}{\partial L_0} = AK_0^{\alpha}(1-\alpha)L_0^{-\alpha} - w_0 = 0 \quad (i)$$

$$\frac{\partial V}{\partial L_1} = \frac{AK_1^{\alpha}(1-\alpha)L_1^{-\alpha} - w_1}{1+r} = 0 \quad (ii)$$

$$\frac{\partial V}{\partial K_1} = -1 + \frac{A\alpha K_1^{\alpha-1}L_1^{1-\alpha} + (1-\delta)}{1+r} = 0 \quad (iii)$$

La decisión óptima de inversión viene dada por (iii):

$$K_1 = \left[\frac{A\alpha N_1^{1-\alpha}}{r+\delta}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$Q_{K_1} = A\alpha K_1^{\alpha-1}L_1^{1-\alpha} = r + \delta$$

b)Si el empresario tiene una relación $\frac{K_1}{Y_1} = 2.5$, y $\alpha = 0.5$, $r = 0.1$ y $\delta = 0.08$ decidirá invertir si $Q_{K_1} > r + \delta$. Con estos datos:

$$Q_{K_1} = A\alpha K_1^{\alpha-1}L_1^{1-\alpha} = \frac{A\alpha K_1^{\alpha}L_1^{1-\alpha}}{K_1} = \frac{\alpha}{\frac{K_1}{Y_1}} = \frac{0.5}{2.5} = 0.2$$

$$r + \delta = 0.18$$

En esta situación el empresario decidirá invertir.

c)Si la depreciación fuese del 15% se tendría:

$$Q_{K_1} = AaK_1^{a-1}L_1^{1-a} = \frac{AaK_1^{a}L_1^{1-a}}{K_1} = \frac{a}{\frac{K_1}{Y_1}} = \frac{0.5}{2.5} = 0.2$$

$$r + d = 0.25$$

Al ser $Q_{K_1} < r + d$ el empresario decidirá no invertir.

d)Los beneficios de la empresa están gravados al tipo impositivo b. Hay una dedución por inversión(crédito fiscal) a un tipo s. Si la empresa vende el activo tiene que devolver el crédito fiscal. En este caso el problema de la empresa es:

$$MaxV = (1-b)\left[Y(K_0,N_0) - w_0N_0\right] - (1-s)(K_1 - K_0)$$
$$+ \frac{(1-b)\left[Y(K_1,N_1) - w_1N_1\right]}{1+r} + \frac{(1-s)(1-d)K_1}{1+r}$$
$$\frac{\partial V}{\partial K_1} = -(1-s) + \frac{1-b}{1+r}Y_{K_1} + \frac{1-s}{1+r}(1-d) = 0$$
$$Y_{K_1} = \frac{1-s}{1-b}(r+d)$$
$$Y_{K_1} = 0.2 \qquad \frac{1-s}{1-b}(r+d) = 0.218$$

Luego no invertirá.

e) e.i) Si $s = 0.2$

$$Y_{K_1} = 0.2 \qquad \frac{1-s}{1-b}(r+d) = 0.205$$

luego seguirá sin invertir.

e.ii) Si $r = 0.07, s = 0.15$

$$Y_{K_1} = 0.2 \qquad \frac{1-s}{1-b}(r+d) = 0.182$$

invertirá.

e.iii) Si $\frac{K_1}{Y_1} = 1.25$

$$Y_{K_1} = 0.4 \qquad \frac{1-s}{1-b}(r+d) = 0.218$$

invertirá. La mejora en las expectativas es lo que tendrá un mayor efecto positivo sobre la inversión.

* * *

EJERCICIO 5.5

Expresión similar que la deducida en la sección 5.3 para la q de Tobin bajo el supuesto de que la economía experimenta desde el instante actual una tasa de inflación constante igual a π. El valor de mercado de la empresa se puede representar bajo esta situación por:

$$S = p_0\frac{y_0 - w_0N_0 - dK_0}{1+r} + p_1\frac{y_1 - w_1N_1 - dK_1}{1+r} + p_2\frac{y_2 - w_2N_2 - dK_2}{1+r} + \ldots$$

Tal y como se realiza en la sección 5.3, realizando los mismos supuestos se tiene:

$$S = p_0K_0\left(\frac{y_{K_0} - d}{1+r}\right) + p_1K_0\left(\frac{y_{K_0} - d}{(1+r)^2}\right) + p_2K_0\left(\frac{y_{K_0} - d}{(1+r)^3}\right) + \ldots$$

Dado que:

$$p_1 = p_0(1+\pi)$$
$$p_2 = p_1(1+\pi) = p_0(1+\pi)^2$$
$$p_3 = p_2(1+\pi) = p_0(1+\pi)^3$$

se tiene:

$$S = p_0K_0(y_{K_0} - d)\left[\frac{1}{1+r} + \frac{1+\pi}{(1+r)^2} + \frac{(1+\pi)^2}{(1+r)^3} + \frac{(1+\pi)^3}{(1+r)^4} + \ldots\right]$$
$$S = p_0K_0\left(\frac{y_{K_0} - d}{r-\pi}\right) \qquad \text{(i)}$$

La ecuación (i) expresa la q de Tobin como cociente entre la productividad marginal del capital neta de depreciación y el tipo de interés real.

* * *

EJERCICIO 5.6

Supongamos que $Y = N^{\alpha}$, con $0 < \alpha < 1$

a) Condición de óptimo:

$$\alpha N^{\alpha-1} = w^{*}$$

$$N^{*} = \left[\frac{\alpha}{w^{*}}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

b) Con el nuevo esquema retributivo, los beneficios serán:

$$B^{**} = (1-s)\left[N^{\alpha} - w^{**}N\right]$$

Condición de óptimo:

$$\alpha N^{\alpha-1} = w^{**}$$

$$N^{**} = \left[\frac{\alpha}{w^{**}}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Si $w^{*} > w^{**}$, entonces $N^{**} > N^{*}$

c)

$$B^{*} = \left[\frac{\alpha}{w^{*}}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - w^{*}\left[\frac{\alpha}{w^{*}}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$= \left[\frac{1}{w^{*}}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\left[\alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}\right] = (1-\alpha)\left[\frac{\alpha}{w^{*}}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$B^{**} = (1-s)(1-\alpha)\left[\frac{\alpha}{w^{**}}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Para que:

$$B^{**} > B^{*}$$

$$(1-s)\left[\frac{\alpha}{w^{**}}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} > \left[\frac{\alpha}{w^{*}}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$1-s > \left(\frac{w^{**}}{w^{*}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Luego para todo s tal que:

$$0 < s < 1 - \left(\frac{w^{**}}{w^{*}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} < 1$$

se cumplirá que:

$$B^{**} > B^{*}$$

d)Si para $s = \bar{s}$, se igualan las masas salariales en N^{*}:

$$w^{*}N^{*} = w^{**}N^{*} + \bar{s}\left[(N^{*})^{\alpha} - w^{**}N^{*}\right]$$

Sumando en ambas ecuaciones $(N^{*})^{\alpha}$ se comprueba que:

$$B^{*}(N^{*}) = B^{**}(N^{*})$$

Pero

$$\frac{\partial B^{**}}{\partial N} = (1-\bar{s})\left[\alpha(N^{*})^{\alpha-1} - w^{**}\right] = (1-\bar{s})(w^{*} - w^{**}) > 0$$

para $s = \bar{s}$ y $N = N^{*}$. Por tanto, para $s = \bar{s}$, un incremento de N hace que $B^{**} > B^{*}$, ya que B^{*} maximiza beneficios en N^{*}.

* * *

EJERCICIO 5.7

La función índice de utilidad $V = a + b\pi$ es lineal.

$$MaxE\left[V(\pi)\right] = Max\left\{a + bE(\pi)\right\}$$

Luego el resultado, π^{*}, que maximiza esta expresión es el mismo que el que maximiza $E[\pi]$.

Si llamamos x a las variables de decisión, la condición de óptimo que maximiza V sería:

$$\frac{\partial E\left[\pi^{*}\right]}{\partial x} = 0$$

Con la función V lineal hay neutralidad frente al riesgo y es lo mismo que maximizar directamente el beneficio esperado.

Si la función índice de utilidad no fuera lineal y fuera cóncava:

$$Max\,E\left[U(\pi)\right] \qquad U' > 0 \qquad U'' < 0$$

entonces el resultado óptimo tendría que cumplir:

$$E\left[V' \frac{\partial \pi}{\partial x}\right] = 0$$

que es distinta a la condición anterior.

* * *

EJERCICIO 5.8

a) La empresa maximiza el valor presente de los beneficios, tal y como se realiza en la sección 5.5.

$$Max_{\{i,n,n_b,n_m\}} \; V = F(i,n) - wn(1+s) - qi + Kp\left[S_1 F(i,n_b) - wn_b(1+s)\right]$$
$$+ K(1-p)\left[S_2 F(i,n_m) - wn_m(1+s)\right] - K(1-p)(n-n_m)cw$$

b) Para estudiar los costes de uso del trabajo se debe:

$$\frac{\partial V}{\partial n} = F_n(i,n) - w(1+s) - K(1-p)cw = 0$$

$$F_n(i,n) = w\left[(1+s) - K(1-p)c\right] \qquad \text{(i)}$$

La expresión derecha de la ecuación (i) muestra los costes de uso del trabajo, que recogen:

- El salario.
- La cotización a la seguridad social.
- El valor descontado del coste de despido si sucediese.

Para estudiar los niveles de empleo en en dsegundo periodo:

$$\frac{\partial V}{\partial n_b} = Kp\left[S_1 F_{n_b}(i,n_b) - w(1+s)\right] = 0$$

$$S_1 F_{n_b}(i,n) = w(1+s) \qquad \text{(ii)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial n} = K(1-p)\left[S_2 F_{n_m}(i,n_m) - w(1+s)\right] + K(1-p)cw = 0$$

$$S_2 F_{n_m}(i,n) = w\left[(1+s) - c\right] \qquad \text{(iii)}$$

La existencia de costes de despido hace que el empleo creado en el primer período disminuya, el empleo en el segundo periodo permanezca constante si nos encontramos en una situación favorable y que aumente el empleo en el segundo periodo si nos encontramos en una situación desfavorable.

c) Si se produce en el primer periodo un aumento de los salarios (se multiplican por k>1)

c.1) Si se considera la elevación de los salarios transitoria y existen costes de despido, el empresario resolverá:

$$Max_{\{i,n,n_b,n_m\}} \; V = F(i,n) - kwn(1+s) - qi + Kp\left[S_1 F(i,n_b) - wn_b(1+s)\right]$$
$$+ K(1-p)\left[S_2 F(i,n_m) - wn_m(1+s)\right] - K(1-p)(n-n_m)cw$$

Obteniendo:

$$\frac{\partial V}{\partial n} = F_n(i,n) - wk(1+s) - K(1-p)cw = 0$$

$$F_n(i,n) = w\left[k(1+s) - K(1-p)c\right] \qquad \text{(i)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial n_b} = Kp\left[S_1 F_{n_b}(i,n_b) - w(1+s)\right] = 0$$

$$S_1 F_{n_b}(i,n) = w(1+s) \qquad \text{(ii)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial n} = K(1-p)\left[S_2 F_{n_m}(i,n_m) - w(1+s)\right] + K(1-p)cw = 0$$

$$S_2 F_{n_m}(i,n) = w\left[(1+s) - c\right] \qquad \text{(iii)}$$

Por lo tanto disminuirá el empleo en el primer periodo y no variará en el segundo, independientemente de que nos encontremos en un estado bueno o malo.

c.2) Si se considera la elevación de salarios transitoria y no existen costes de despido, el empresario resolverá:

$$Max_{\{i,n,n_b,n_m\}} V = \; F(i,n) - kwn(1+s) - qi + Kp\left[S_1 F(i,n_b) - wn_b(1+s)\right]$$
$$+ K(1-p)\left[S_2 F(i,n_m) - wn_m(1+s)\right]$$

Obteniendo:

$$\frac{\partial V}{\partial n} = F_n(i,n) - wk(1+s) = 0$$
$$F_n(i,n) = wk(1+s) \qquad \text{(i)}$$
$$\frac{\partial V}{\partial n_b} = Kp\left[S_1 F_{n_b}(i,n_b) - w(1+s)\right] = 0$$
$$S_1 F_{n_b}(i,n) = w(1+s) \qquad \text{(ii)}$$
$$\frac{\partial V}{\partial n} = K(1-p)\left[S_2 F_{n_m}(i,n_m) - w(1+s)\right] = 0$$
$$S_2 F_{n_m}(i,n) = w(1+s) \qquad \text{(iii)}$$

En este caso el empleo en el primer periodo diminuirá y no variará en el segundo periodo respecto a una situación donde no existiesen costes de despido y se produjese una elevación del salario transitoria.

c.3) Si se considera la elevación de los salarios permanente y existen costes de despido, el empresario resolverá:

$$Max_{\{i,n,n_b,n_m\}}\ V = F(i,n) - kwn(1+s) - qi + Kp\left[S_1 F(i,n_b) - kwn_b(1+s)\right]$$
$$+ K(1-p)\left[S_2 F(i,n_m) - kwn_m(1+s)\right] - K(1-p)(n-n_m)ckw$$

Obteniendo:

$$\frac{\partial V}{\partial n} = F_n(i,n) - wk(1+s) - K(1-p)kcw = 0$$
$$F_n(i,n) = wk\left[(1+s) - K(1-p)c\right] \qquad \text{(i)}$$
$$\frac{\partial V}{\partial n_b} = Kp\left[S_1 F_{n_b}(i,n_b) - wk(1+s)\right] = 0$$
$$S_1 F_{n_b}(i,n) = wk(1+s) \qquad \text{(ii)}$$
$$\frac{\partial V}{\partial n} = K(1-p)\left[S_2 F_{n_m}(i,n_m) - wk(1+s)\right] + K(1-p)ckw = 0$$
$$S_2 F_{n_m}(i,n) = wk\left[(1+s) - c\right] \qquad \text{(iii)}$$

Por lo tanto disminuirá el empleo en el primer periodo y en el segundo, independientemente de que nos encontremos en un estado bueno o malo.

c.4) Si se considera la elevación de salarios transitoria y no existen costes de despido, el empresario resolverá:

$$Max_{\{i,n,n_b,n_m\}} V = F(i,n) - kwn(1+s) - qi + Kp\left[S_1 F(i,n_b) - wkn_b(1+s)\right]$$
$$+ K(1-p)\left[S_2 F(i,n_m) - wkn_m(1+s)\right]$$

Obteniendo:

$$\frac{\partial V}{\partial n} = F_n(i,n) - wk(1+s) = 0$$
$$F_n(i,n) = wk(1+s) \qquad \text{(i)}$$
$$\frac{\partial V}{\partial n_b} = Kp\left[S_1 F_{n_b}(i,n_b) - wk(1+s)\right] = 0$$
$$S_1 F_{n_b}(i,n) = wk(1+s) \qquad \text{(ii)}$$
$$\frac{\partial V}{\partial n} = K(1-p)\left[S_2 F_{n_m}(i,n_m) - wk(1+s)\right] = 0$$
$$S_2 F_{n_m}(i,n) = wk(1+s) \qquad \text{(iii)}$$

En este caso el empleo en el primer periodo y en el segundo diminuiran respecto a una situación donde no existiesen costes de despido y se produjese una elevación del salario transitoria.

* * *

EJERCICIO 5.9

a) La demanda de la empresa racionalizada en el mercado de acciones, pero no racionalizada en el mercado de créditos, con aversión al riesgo del empresario , viene representada tal y como muestra la sección 5.6 por:

$$N^d = N(w, a_0, r, a_p) \qquad N_1 < 0, \quad N_2 > 0, \quad N_3 < 0, \quad N_4 < 0$$

- La incertidumbre acerca de los ingresos esperados tiene un caracter anti-cíclico, es decir, mayor en una fase de recesión que en una fase de expansión, la demanda de empleo y con ella, la oferta de bienes y servicios de las empresas se desplazará hacia la derecha en las fases de recuperación y auge y se desplazará hacia la izquierda en las épocas de recesión.

$$\text{Época de expansión} \quad \downarrow a_p \Rightarrow \uparrow N^d$$
$$\text{Época de recesión} \quad \uparrow a_p \Rightarrow \downarrow N^d$$

- La capacidad de autofinanciación aumentará en épocas de expansión y disminuirá en épocas de recesión.

$$\text{Época de expansión} \quad \uparrow a_0 \Rightarrow \downarrow N^d$$
$$\text{Época de recesión} \quad \downarrow a_0 \Rightarrow \uparrow N^d$$

b) En las expansiones suele producirse un fuerte crecimiento de la demanda de créditos. Una política monetaria restrictiva en esa situación puede producir que algunas empresas pasen a una situación de racionamiento de créditos, lo que tendrá efectos contractivos sobre las decisiones de esas empresas mayores que los que induce una simple elevación del tipo de interés. En las recesiones, en cambio, la demanda de créditos es muy baja, por la reducida actividad productiva y por la escasa inversión, debido a la debilidad de las expectativas empresariales y a la escasez de la capacidad de autofinanciación. En este contexto, una expansión monetaria, que producirá una reducción de los tipos a corto, tendrá pocos efectos reales, porque los menores tipos a corto tendrán un efecto pequeño sobre la oferta de créditos y sobre los tipos de interés de los créditos y, sobre todo, porque el aumento de la oferta de créditos no inducirá a una mayor demanda de créditos, dominada ésta por la escasa actividad e inversión.

Existe una cierta analogía entre la situación que acabamos de describir y la que Keynes planteó introduciendo la noción de la "trampa por la liquidez". En la concepción Keynesiana, la demanda de dinero era infinitamente elástica a partir de determinado nivel (bajo) del tipo de interés, hecho que recibía el nombre de "trampa por la liquidez". En las recesiones, con la caída de la renta, la demanda de dinero se desplazaba hacia la izquierda y hacia abajo, con lo que la economía se acercaba más a la "trampa por la liquidez". En esta situación una política monetaria expansiva acabaría no produciendo reducciones en el tipo de interés (los mantenedores de dinero situados en la "trampa" elevarían su tenencias de saldos monetarios y no presionarían a la baja al tipo de interés), por lo que no tendría efectos reales.

* * *

EJERCICIO 5.10

$$y = N^{\gamma}$$
$$B = wN - A_0$$
$$A_1 = py - (1+r)(wN - A_0)$$

a) No es efectiva la restricción de créditos

$$Max\ E\left[V\left(pN^{\gamma} - (1+r)(wN - A_0)\right)\right]$$
$$E\left[V'\left[\gamma p N^{\gamma-1} - (1+r)w\right]\right] = 0$$
$$\gamma N^{\gamma-1} E\left[V'p\right] = E\left[V'\right](1+r)w$$
$$\gamma N^{\gamma-1}\left\{E\left[V'\right] + E\{p\} + cov(V',p)\right\} = E\left[V'\right](1+r)w$$

Si

$$E\left[V'\right] = 1 \quad y \quad E\{p\} = \bar{p}$$
$$\gamma N^{\gamma-1}\left[\bar{p} + cov(V',p)\right] = (1+r)w$$
$$N = \left[\frac{\gamma(\bar{p} + cov(V',p))}{(1+r)w}\right]^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

Obviamente:

$$cov(V',p) < 0$$

pues a mayor p, mayor A, y, por concavidad de V, menor V'.
Si $V(A_1) = \ln A_1$

$$V' = \frac{1}{A_1} = \frac{1}{py - (1+r)(wN - A_0)}$$
$$V' = f(p) = \frac{1}{ap - b}, \quad donde\ a \equiv y;\ b \equiv (1+r)(wN - A_0)$$
$$f'(p) = -\frac{a}{(ap-b)^2}$$

Aproximando $f(p)$ por desarrollo en Taylor:

$$f(p) \simeq \frac{1}{a\bar{p} - b} - \frac{a}{(a\bar{p} - b)^2}(p - \bar{p})$$

Luego:

$$cov(V', p) = -\frac{a}{(a\bar{p} - b)^2} cov(p - \bar{p}, p) = -\frac{a}{(a\bar{p} - b)^2} a_p^2$$

$$\left| cov(V', p) \right| = \frac{a}{(a\bar{p} - b)^2} a_p^2$$

Luego:

$$\frac{\partial \left| cov(V', p) \right|}{\partial a_p} > 0 \quad \frac{\partial \left| cov(V', p) \right|}{\partial A_0} > 0$$

Por tanto:

$$N = N(w, \bar{p}, r, a_p^2, A_0)$$

$$N_1 < 0, N_2 > 0, N_3 < 0, N_4 < 0, N_5 > 0$$

$$y = y(w, \bar{p}, r, a_p^2, A_0)$$

$$y_1 < 0, y_2 > 0, y_3 < 0, y_4 < 0, y_5 > 0$$

b) Si la restricción de créditos es efectiva:

$$wN - A_0 = B^D$$

$$N = \frac{B^D + A_0}{w}$$

$$y = \left(\frac{B^D + A_0}{w} \right)^J$$

* * *

Capítulo 6. Rigidez de precios y salarios.

EJERCICIO 6.1

Problema de la empresa:

$$Max \quad E V(B)$$

$$s.a. \quad EU(w) \geq U(R)$$

siendo B el beneficio, w el salario, y R la prestación por desempleo. B es aleatorio, pudiendo tomar valores: $B_1, B_2, B_3, ..., B_n$, con probabilidades $p_1, p_2, p_{3,....}, p_n$, $\sum_1^n p_j = 1$. V es la función de utilidad del propietario de la empresa, y U es la función de utilidad del trabajador. Si el trabajador es neutral al riesgo se tendría:

$$U(w) = aw + b \qquad \text{para cierto } a > 0$$

Por tanto:

$$EU(w) = \sum_{j=1}^{n} (aw_j + b) p_j$$

donde w_j es el salario que percibe si $B = B_j$. Es decir:

$$EU(w) = a\left[\sum_{j=1}^{n} p_j w_j\right] + b\left[\sum_{j=1}^{n} p_j\right] = a\bar{w} + b$$

siendo $\bar{w}$ el salario medio, que es una variable endógena por determinar.
El beneficio B_j es:

$$B_j = S_j F(N) - w(S_j)N = S_j F(N) - w_j N$$

donde S_j es la variable aleatoria (precio o productividad), cuya realización condiciona al beneficio obtenido.
El precio de la empresa es:

$$Max \sum_{j=1}^{n} p_j V(S_j F(N) - w_j N)$$

$$s.a: \qquad a\sum_{j=1}^{n} p_j w_j + b \geq aR + b$$

La maximización del beneficio, junto con la condición de participación, implican que la empresa ofrecerá una escala salarial en la forma de una función:

$$w_j = f(S_j), \qquad j = 1,...n$$

tal que:

$$\bar{w} = \sum_{j=1}^{n} p_j w_j = \sum_{j=1}^{n} p_j f(S_j) = R$$

La demostración de tal hecho(aunque es evidente) se basa en dos argumentos:
- Si el salario medio fuese inferior a R, la neutralidad al riesgo hace que el trabajador prefiriese estar parado.
- Dada una escala salarial $w_j' = f'(S_j)$ con salario medio $\bar{w}' > R$, la escala salarial:

$$w_j = w_j' \frac{R}{\bar{w}'}$$

proporciona beneficios superiores, y mantiene al trabajador en la empresa(al menos es indiferente entre estar en la empresa o en el paro).
El lagrangiano:

$$L = \sum_{j=1}^{n} p_j V(S_j F(N) - w_j N) + V(R - a\sum_{j=1}^{n} p_j w_j) = 0$$

Las condiciones de optimalidad son:

$$\frac{\partial L}{\partial N} = \sum_{j=1}^{n} p_j V'(S_j,N)(S_j F'(N) - w_j) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_j} = -p_j V'(S_j,N)N = Vap_j, \qquad j = 1,2,...n$$

y este segundo conjunto de ecuaciones implica que $V'(S_j,N)$ la utilidad marginal de la empresa es constante, lo cual implica que la función $w_j = f(S_j)$ es tal que el argumento de V' es independiente de S_j. La única alternativa a tal conclusión sería que la empresa fuese neutral al riesgo, lo cual está excluido por hipótesis.
A partir de la primera condición de optimalidad se encuentra el empleo óptimo (que maximiza la utilida esperada de la empresa):

$$\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{Va}{N}(S_j F'(N) - w_j) = 0$$

$$\left(\sum_{j=1}^{n} p_j S_j\right) F'(N) = \sum_{j=1}^{n} p_j w_j = \bar{w} = R$$

$$F'(N^*)\bar{S} = R$$

Por otra parte, si el beneficio ha de ser constante, se ha de cumplir que para $i \neq j$:

$$S_i F(N^*) - w_i N^* = S_j F(N^*) - w_j N^*$$

$$w_j - w_i = (S_j - S_i)\frac{F(N^*)}{N^*}$$

El salario aumenta con S, y en la proporción indicada $\frac{F(N^*)}{N^*}$. Esta regla es consistente, pues para otro estado k, s tendría:

$$w_k - w_i = (S_k - S_i)\frac{F(N^*)}{N^*}$$

y también debería tenerse:

$$w_k - w_j = (S_k - S_j)\frac{F(N^D)}{N^D}$$

pero esto es precisamente lo que se obtiene restando los dos anteriores.
Supongamos, sin perdida de generalidad, que $S_1 < S_2 < \ldots < S_n$, e impongamos la condición $\bar{w} = R$:

$$p_1 w_1 + p_2 w_2 + \ldots + p_n w_n = R$$

$$p_1 w_1 + p_2 w_1 + p_2 (S_2 - S_1)\frac{F(N^D)}{N^D} + p_3 w_1 + p_3 (S_3 - S_1)\frac{F(N^D)}{N^D} + \ldots = R$$

$$w_1 + \left[\sum_{i=2}^{n} p_i (S_i - S_1)\right]\frac{F(N^D)}{N^D} = R$$

sumando y restando $p_1 S_1$ dentro del corchete:

$$w_1 + (\bar{S} - S_1)\frac{F(N^D)}{N^D} = R$$

$$w_1 = R - (\bar{S} - S_1)\frac{F(N^D)}{N^D}$$

que será inferior a *R*, como corresponde al caso de menor productividad (o precio).
El resto de la escala salarial se calcularía a partir de las reglas antes descritas, y se satisface por construción la propiedad $\bar{w} = R$.

* * *

EJERCICIO 6.2
De acuerdo con la sección 6.4, el salario de eficiencia viene dado por:

$$w = e + e\frac{r + b + a(\frac{N}{\bar{L}})}{q}$$

de donde se deriva que:

a)

$$\frac{\partial w}{\partial b} > 0$$

Al aumentar la tasa de despido hay menos incentivos al cumplimiento, por lo que habrá que aumentar el salario real para asegurarse un cumplimiento alto.

b)

$$\frac{\partial w}{\partial r} > 0$$

Al disminuir el tipo de interés (o la tasa de descuento de los trabajadores) disminuye el salario de eficiencia, pues los trabajadores, al valorar más el futuro, tenderán a cumplir más para reducir la probabilidad de ser despedidos.

c)

$$\frac{\partial w}{\partial L} < 0$$

Al aumentar la población activa disminuye la probabilidad de encontrar trabajo por parte de los parados (disminuye *a*) lo que hará necesario un menor salario real para estimular el cumplimiento.

d) Un shock positivo en la función de producción aumentará la productividad del trabajo, desplazando la demanda de empleo hacia la derecha, con lo que la intersección de esta curva con la de cumplimiento se producirá para un salario de eficiencia mayor.

* * *

EJERCICIO 6.3
Pendiente.

* * *

EJERCICIO 6.4
El problema se resuelve siguiendo los pasos de la sección 6.5. La empresa decide el nivel de empleo, se situa sobre su

curva de demanda:

$$Y = SN^{\frac{1}{2}}, \quad Y_N = w$$

luego:

$$N = \frac{S^2}{4w^2}$$

El sindicato monopolista maximiza:

$$Max_{\{w\}} \quad \frac{N}{\bar{L}}\left[U(w) - U(R)\right] + U(R) = \frac{N}{\bar{L}}U(w) + \left(1 - \frac{N}{\bar{L}}\right)U(R)$$

$$s.a \qquad \bar{L} \geq N$$

siendo $\bar{L}$ el número de miembros del sindicato. El lagrangiano, teniendo en cuenta el nivel de empleo fijado por la empresa, es:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}w^{-2}S^2\left[bw - b\right] + V\left[9 - \frac{1}{4}w^{-2}S^2\right]$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w} = (-2)\frac{1}{4}w^{-3}S^2\left[bw - b\right] + \frac{1}{4}w^{-2}S^2 b + V2w^{-3}S^2 = 0 \quad \text{(i)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial V} \Rightarrow \left(9 - \frac{1}{4}w^{-2}S^2\right)V = 0 \quad \text{(ii)}$$

Caso 1. Si para el sindicato es óptimo que algunos de sus miembros queden desempleados impondrán a las ecuaciones (i) y (ii) la condición:

$$N < \bar{L} \Rightarrow V = 0$$

Se obtiene bajo estas condiciones un salario:

$$w = 2$$

El salario es independiente del valor que toma la perturbación. El nivel de empleo fijado por la empresa si depende de la perturbación y será:

$$\text{Si } S = 12 \Rightarrow N = \frac{S^2}{4w^2} = 9$$

$$\text{Si } S = 8 \Rightarrow N = \frac{S^2}{4w^2} = 4$$

El número de parados, la utilidad del sindicato y los beneficios de la empresa también dependerán de la perturbación:

$$\text{Si } S = 12 \Rightarrow \bar{L} - N = 9 - 9 = 0$$

$$\text{Si } S = 8 \Rightarrow \bar{L} - N = 9 - 4 = 5$$

$$\text{Si } S = 12 \Rightarrow U(w) = 2b$$

$$\text{Si } S = 8 \Rightarrow U(w) = 1.44b$$

$$\text{Si } S = 12 \Rightarrow B^o = SN^{\frac{1}{2}} - wN = 18$$

$$\text{Si } S = 8 \Rightarrow B^o = SN^{\frac{1}{2}} - wN = 8$$

Caso 2. Si para el sindicato es óptimo que todos sus miembros esten empleados impondrán a las ecuaciones (i) y (ii) la condición:

$$N = \bar{L} = 9$$

El número de empleados independientemente de la perturbación es igual al número de miembros del sindicato. Se obtiene bajo estas condiciones un salario que si depende de la perturbación:

$$\text{Si } S = 12 \Rightarrow w = \frac{S}{6} = 2$$

$$\text{Si } S = 8 \Rightarrow w = \frac{S}{6} = 1.33$$

La utilidad del sindicato y el beneficio de la empresa al igual que en el caso anterior dependen del valor de la perturbación:

$$\text{Si } S = 12 \Rightarrow U(w) = 2b$$

$$\text{Si } S = 8 \Rightarrow U(w) = 1.33b$$

$$\text{Si } S = 12 \Rightarrow B^o = SN^{\frac{1}{2}} - wN = 18$$

$$\text{Si } S = 8 \Rightarrow B^o = SN^{\frac{1}{2}} - wN = 12$$

Por lo tanto, comparando el caso 1 y el caso 2, el sindicato siempre obtien una mayor utilidad cuando es óptimo que alguno de sus miembros queden desempleados y la empresa obtiene un mayor beneficio cuando lo óptimo es que todos los miembros del sindicato esten contratados.

SI $\bar{L} = 16$. Los resultados en ambos casos serán:
Caso 3. Si para el sindicato es óptimo que algunos de sus miembros queden desempleados impondrán a las ecuaciones (i) y (ii) la condición:

$$N < \bar{L} \Rightarrow V = 0$$

Se obtien bajo estas condiciones un salario:

$$w = 2$$

El salario es independiente del valor que toma la perturbación. El nivel de empleo fijado por la empresa si depende de la perturbación y será:

$$\text{Si } S = 12 \Rightarrow N = \frac{S^2}{4w^2} = 9$$

$$\text{Si } S = 8 \Rightarrow N = \frac{S^2}{4w^2} = 4$$

El número de parados, la utilidad del sindicato y los beneficios de la empresa también dependerán de la perturbación:

$$\text{Si } S = 12 \Rightarrow \bar{L} - N = 16 - 9 = 5$$

$$\text{Si } S = 8 \Rightarrow \bar{L} - N = 16 - 4 = 12$$

$$\text{Si } S = 12 \Rightarrow U(w) = 1.56b$$

$$\text{Si } S = 8 \Rightarrow U(w) = 1.25b$$

$$\text{Si } S = 12 \Rightarrow B^{o} = SN^{\frac{1}{2}} - wN = 18$$

$$\text{Si } S = 8 \Rightarrow B^{o} = SN^{\frac{1}{2}} - wN = 8$$

Caso 4. Si para el sindicato es óptimo que todos sus miembros esten empleados impondrán a las ecuaciones (i) y (ii) la condición:

$$N = \bar{L} = 16$$

El número de empleados independientemente de la perturbación es igual al número de miembros del sindicato.
Se obtien bajo estas condiciones un salario que si depende de la perturbación:

$$\text{Si } S = 12 \Rightarrow w = \frac{S}{8} = 1.5$$

$$\text{Si } S = 8 \Rightarrow w = \frac{S}{8} = 1$$

La utilidad del sindicato y el beneficio de la empresa al igual que en el caso anterior dependen del valor de la perturbación:

$$\text{Si } S = 12 \Rightarrow U(w) = 1.5b$$

$$\text{Si } S = 8 \Rightarrow U(w) = b$$

$$\text{Si } S = 12 \Rightarrow B^{o} = SN^{\frac{1}{2}} - wN = 24$$

$$\text{Si } S = 8 \Rightarrow B^{o} = SN^{\frac{1}{2}} - wN = 16$$

Por lo tanto, comparando el caso 1 y el caso 2, el sindicato siempre obtiene una mayor utilidad cuando es óptimo que alguno de sus miembros queden desempleados y la empresa obtiene un mayor beneficio cuando lo óptimo es que todos los miembros del sindicato esten contratados.
Conclusiones:

- Es óptimo para el sindicato monopolista fijar un salario independientemente del componente cíclico donde deja a algunos de sus afiliados en una situación de desempleo.
- El anterrior resultado se obtiene con independencia de cuantos afiliados tiene el sindicato.
- La empresa preferiría contratar a todos los afiliados y fijar un salario pro cíclico, pero como el salario esta dado por el sindicato elige N tal que existe paro.

* * *

EJERCICIO 6.5
El problema de negociación entre empresa y sindicato cuando el poder de negociación de ambos es distintos se resuelve tal y como muestra la sección 6.5.2. Se resuelve un problema de negociación de Nash:

$$Max_{\{w,N\}} \quad (U - Un)(B - Bn)^{K}$$

Donde *Un* y *Bn* denotan los umbrales de utilidad y beneficios que los agentes obtendrían al margen de la negociación.

$$Max_{\{w,L\}} \quad \left(\frac{N}{\bar{L}}U(w) + \left(1 - \frac{N}{\bar{L}}\right)U(R) - U(R)\right)\left[pF(N) - wN\right]^{\beta}$$

$$s.a \qquad \bar{L} \geq N$$

siendo $\bar{L}$ el pleno empleo. El lagrangiano, teniendo en cuenta el nivel de empleo fijado por la empresa, es:

$$\mathcal{L} = \frac{N}{\bar{L}}(U(w) - U(R))\left[pF(N) - wN\right]^{\beta} + \lambda(\bar{L} - N)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w} = \frac{N}{\bar{L}}U'(w)\left[pF(N) - wN\right]^{\beta} - \beta N(U(w) - U(R))\left[pF(N) - wN\right]^{\beta-1} = 0 \qquad \text{(i)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N} = \frac{1}{\bar{L}}(U(w) - U(R))\left[pF(N) - wN\right]^{\beta} - \frac{N}{\bar{L}}(U(w) - U(R))\beta\left[pF(N) - wN\right]^{\beta-1}\left[pF'(N) - w\right] - \lambda \qquad \text{(ii)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} \Rightarrow \left(\bar{L} - N\right)\lambda = 0 \qquad \text{(iii)}$$

Suponiendo que la solución sea interior, $\lambda = 0$, se obtiene siguiendo los pasos de la sección 6.5.2:

$$pF'(N) - w = -\frac{U(w) - U(R)}{U'(w)}$$

y un salario óptimo que es combinación lineal convexa entre la productividad marginal (lo que defiende la empresa) y la productividad media (lo que defiende el sindicato).

$$w = \frac{\beta}{1 + \beta}\left[\frac{pF(N)}{N} + \beta pF'(N)\right]$$

* * *

EJERCICIO 6.6

a)La curva de contrato cuando el sindicato y empresa tienen igual poder de negociación es la que aparece en la sección 6.5.2:

$$pF'(N) - w = -\frac{U(w) - U(R)}{U'(w)}$$

cuando la utilidad del sindicato es lineal:

$$pF'(N) - w = -\frac{bw - bR}{b} = R - w$$

$$pF'(N) = R$$

Se obtiene una curva de contrato vertical que no depende del salario. El nivel de empleo es independiente del poder de negociación relativo entre la empresa y el sindicato. Suponiendo F(N)=N$^{\alpha}$ el nivel de empleo eficiente será:

$$p\alpha N^{\alpha-1} = R$$

$$N = \left(\frac{p\alpha}{R}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

que es el nivel de empleo de equilibrio competitivo, cuando R=w.

El salario que se alcanza con igual poder de negociación es la media aritmética de las productividades media y marginal del trabajo tal y como muestra la sección 6.5.2:

$$w = \frac{1}{2}\left(\frac{pF(N)}{N} + pF'(N)\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{R}{\alpha} + R\right)$$

El salario máximo que se puede alcanzar es aquel que hace que el beneficio de la empresa sea igual a cero:

$$B^{e} = pF(N) - wN = 0$$

$$w = \frac{R}{\alpha}$$

b)El quilibrio de Nash vendrá dado por:

$$Max_{\{w,N\}}\left[U(w) - U(R)\right]B^{\beta}$$

De acuerdo con el ejercicio anterior:

$$w^{*} = \frac{1}{1 + \beta}\left[\frac{pF(N)}{N} + \beta pF'(N)\right]$$

que para ser eficiente tiene que pertenecer a la curva de contrato, cuya ecuación es:

$$SF'(N) - w = -\frac{U(w) - U(R)}{U'(w)} = -\frac{bw - bR}{b} = R - w$$

que implica:

$$SF'(N) = R$$

es decir:

$$JSN^{J-1} = R$$

Sustituyendo en la expresión de w^D:

$$w^D = \frac{1}{1+K}\left(KR + \frac{R}{J}\right) = \frac{R(1+KJ)}{J(1+K)}$$

- Si el sindicato tiene todo el poder y la empresa ninguno:

$$K = 0 \Rightarrow w^D = \frac{R}{J}$$

(solución del sindicato monopolista).

- Si el sindicato no tiene poder y la empresa tiene todo:

$$K \to K \Rightarrow w^D = \frac{R(J + \frac{1}{K})}{J(\frac{1}{K} + 1)} \to R$$

* * *

EJERCICIO 6.7

Hay una solución general que engloba los casos a) y b). En la solución negociada se tiene que cumplir:

$$U'(w)[SF(N) - wN] = N[U(w) - U(R)]$$

$$SF(N) - wN + N[SF'(N) - w] = 0$$

de donde se obtiene como condición:

$$U'(w_n)w_n - U'(w_n)SF'(N_n) = U(w_n) - U(R) \qquad (i)$$

En el sindicato monopolista se tiene que cumplir:

$$-a\frac{U(w) - U(R)}{w} + U'(w) = 0$$

$$w = SF'(N)$$

que, para una Cobb-Douglas, en la que $a = \frac{1}{1-J}$ se obtiene:

$$w_m U'(w_m) - JSF'(N_m)U'(w_m) = U(w_m) - U(R) \qquad (ii)$$

Comparando (i) y (ii), se obtiene que, dado $J < 1$:

$$U(w_n) < U(w_m) \Rightarrow w_n < w_m$$

El empleo de la solución de monopolio se obtiene de:

$$SF'(N_m) = w_m$$

mientras que la solución negociada:

$$SF'(N_n) = w_n - \frac{U(w_n) - U(R)}{U'(w_n)}$$

En la medida que $w_n > R$ (que será asi en todos los puntos de la curva de contrato excepto en su extremo inferior en el que $w_n = R)$, se tendrá que cumplir:

$$SF'(N_m) > SF'(N_n) \Rightarrow N_m < N_n$$

c)Si $K \neq 1$, las condiciones de la solución negociada será:

$$U'(w)[SF(N) - wN] - KN[U(w) - U(R)] = 0$$

$$SF(N) - wN + KN[SF'(N) - w] = 0$$

de la que se obtiene:

$$U'(w_n)w_n - U'(w_n)SF'(N_n) = U(w_n) - U(R) \qquad (i')$$

que es independiente de K e idéntica a la expresión (i) anterior. Como las condiciones del sindicato monopolista son asi mismo iguales a las del caso anterior, se puede reproducir exactamente el mismo análisis.

* * *

EJERCICIO 6.8

Curva de contrato:

$$SF'(N) - w = -\frac{U(w) - U(R)}{U'(w)}$$

diferenciando con respecto N y w:

$$SF''(N)dN - dw = -\frac{(U'(w))^2 dw - (U(w) - U(R))U''(w)dw}{(U'(w))^2}$$

$$SF''(N)dN = \frac{(U(w) - U(R))U''(w)}{(U'(w))^2}dw$$

$$\frac{dN}{dw} = \frac{(U(w) - U(R))U''(w)}{SF''(N)\left(U'(w)\right)^2} > 0, \qquad \textit{pues } F'' < 0,\ U'' < 0$$

* * *

EJERCICIO 6.9

Si

$$S = S^* \Rightarrow N^* = \bar{L}$$

y la ecuación (1) de la página 325 se convierte en:

$$U'(w)\left[SF'(\bar{L}) - w\bar{L}\right] - \bar{L}(U(w) - U(R)) = 0$$

condición que debe ser cumplida por el salario eficiente w^*. Diferenciando esta expresión respecto a w, R, $\bar{L}$ y S se obtiene:

$$U''(w)\left[SF(\bar{L}) - w\bar{L}\right]dw + U'(w)\left[F(\bar{L})dS + F'(\bar{L})Sd\bar{L} - wd\bar{L} - \bar{L}dw\right]$$

$$- (U(w) - U(R))d\bar{L} - \bar{L}\left[U'(w)dw - U(R)dR\right] = 0$$

De esta expresión se obtiene facilmente:

a)

$$\frac{\partial w}{\partial S} = \frac{-U'(w)F(\bar{L})}{U''(w)(SF(\bar{L}) - w\bar{L}) - 2\bar{L}U'(w)} > 0$$

Luego w^* aumenta con S.

b)

$$\frac{\partial w}{\partial R} = \frac{-\bar{L}U'(R)}{U''(w)(SF(\bar{L}) - w\bar{L}) - 2\bar{L}U'(w)} > 0$$

Luego w^* aumenta con R.

c)

$$\frac{\partial w}{\partial \bar{L}} = \frac{2(U(w) - U(R))}{U''(w)(SF(\bar{L}) - w\bar{L}) - 2\bar{L}U'(w)} < 0$$

Luego w^D disminuye con $\bar{L}$.

* * *

EJERCICIO 6.10

a)Función de demanda:

$$y = Sp^{-P}$$

Función de oferta:

$$y = N^J$$

¿Cuál es la elasticidad de la demanda de empleo respecto al salario?

$$B = py - wN = S^{\frac{1}{P}} y^{-\frac{1}{P}} y - wN = S^{\frac{1}{P}} y^{1-\frac{1}{P}} - wN$$

$$R = 1 - \frac{1}{P} \text{(grado de competencia)}\ 0 < R \leq 1$$

$$B = S^{\frac{1}{P}} y^R - wN = S^{\frac{1}{P}} N^{JR} - wN$$

Maximización de beneficios:

$$\frac{\partial B}{\partial N} = JRS^{\frac{1}{P}} N^{JR-1} - w = 0$$

$$JRS^{\frac{1}{P}} = wN^{1-JR}$$

$$N \left[\frac{JRS^{\frac{1}{P}}}{w} \right]^{\frac{1}{1-JR}}$$

luego:

$$\frac{\partial N^d}{\partial w} \frac{w}{N^d} = -\frac{1}{1-JR}$$

En el sindicato monopolista, cuando $N^D < L$:

$$\frac{\partial N^d}{\partial w} \frac{w}{N^d} \left[\frac{U(w) - U(R)}{w} \right] + U'(w) = 0$$

Si $U(w) = bw$:

$$\frac{\partial N^d}{\partial w} \frac{w}{N^d} = -\frac{1}{1-JR}$$

$$-\frac{1}{1-JR} \frac{b(w-R)}{w} + b = 0$$

$$\frac{w-R}{1-JR} = w$$

$$w^D = \frac{R}{JR}$$

Sustituyendo en la ecuación de demanda de empleo:

$$N^D = \left[\frac{(JR)^2 S^{\frac{1}{P}}}{R} \right]^{\frac{1}{1-JR}}$$

b)En las expresiones anteriores se comprueba que cuanto mayor sea *R*, mayor será w^D y menor será N^D; y cuanto mayor sea el grado de competencia *R*, menor será w^D y mayor será N^D.

* * *

Capítulo 7. Déficit público e inflación.

EJERCICIO 7.1

Empecemos por determinar la dinámica del endeudamiento cuando el Tesoro no puede apelar a la creación de dinero.

Restricción presupuestaria del gobierno:

$$P_t G_t + r_t B_{t-1} = T_t + B_t - B_{t-1}$$

$$si\ d_t = \frac{P_t G_t - T_t}{P_t Y_t}; \quad b_t = \frac{B_t}{P_t Y_t}$$

$$d_t = b_t - (1 + r_t)\frac{B_{t-1}}{P_tY_t} = b_t - (1 + r_t)\frac{B_{t-1}}{P_{t-1}Y_{t-1}}\frac{P_{t-1}Y_{t-1}}{P_tY_t}$$

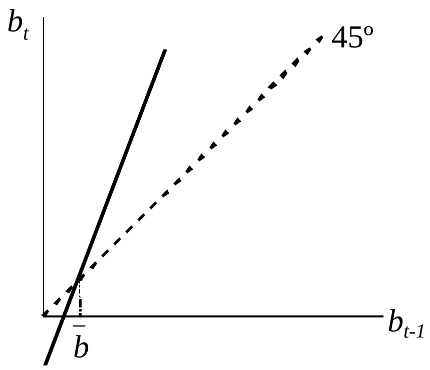
$$= b_t - \frac{1 + r_t}{(1 + \pi)(1 + n)}b_{t-1}$$

$$b_t = d_t + \frac{1 + R}{1 + n}b_{t-1}$$

Datos del problema:

$$b_0 = 0.69; \quad d = -0.03; \quad R = 0.035; \quad n = 0.03$$

Con los datos del problema $R > n$, por lo que $\bar{b}$ no será estable.



Si $b_0 < \bar{b}$, b tenderá a 0, o avalores negativos.
Si $b_0 > \bar{b}$, el endeudamiento será explosivo.
¿Esta $b_0 = 0.69$ a la izquierda o a la derecha de $\bar{b}$?

$$\bar{b} = \frac{-\bar{d}(1 + n)}{(R - n)} = 6.18$$

Como la diferencia entre el tipo de interés real (R) y la tasa de crecimiento (n) es muy pequeña, el valor $\bar{b}$ es muy alto. Por tanto $b_0 < \bar{b}$, con lo que si se mantiene el superavit primario, $\bar{d} = -0.03$, y el tipo de interés real no crece, b tenderá a disminuir. Efectivamente:

$$b_0 = 0.69; \quad b_1 = 0.66; \quad b_2 = 0.63$$

* * *

EJERCICIO 7.2

a) De la sección 7.3:

$$P_tDEF_t = M_t - M_{t-1} - (R_t^D - R_{t-1}^D)$$

$$\bar{d} = \frac{P_tDEF_t}{P_tY_t} = \frac{M_t}{P_tY_t} - \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}Y_{t-1}}\frac{1}{(1 + n)(1 + \pi_t)} - \frac{R_t^D}{P_tY_t} + \frac{R_{t-1}^D}{P_{t-1}Y_{t-1}}\frac{1}{(1 + n)(1 + \pi_t)}$$

Si:

$$\frac{M_t}{P_tY_t} = \bar{m} = \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}Y_{t-1}}$$

$$o_t = \frac{R_t^D}{P_tY_t} = \bar{m}\left[1 - \frac{1}{(1 + n)(1 + \pi_t)}\right] + o_{t-1}\frac{1}{(1 + n)(1 + \pi_t)} - \bar{d}$$

Con los siguientes datos:

$$\bar{m} = 0.6, \quad n = 0.02, \quad \pi = 0.02, \quad \bar{d} = 0.08.$$

se obtiene el siguiente ratio *reservas/PIB* (o_t):

$$o_0 = 0.15$$

$$o_1 = 0.087$$

$$o_2 = 0.027$$

La crisis en la balanza de pagos se presenta en el segundo año.

b) Al pasar a tipo de cambio variable:

$$P_t DEF_t = M_t - M_{t-1} \Rightarrow \bar{d} = \bar{m} - \bar{m}\frac{1}{(1+n)(1+\pi)}$$

luego:

$$\pi = \frac{\bar{d} - \bar{m}\frac{n}{1+n}}{\bar{m} - \bar{d}}$$

$$\text{Tasa de inflación} = 13.12\%$$

c)

$$\left.\begin{array}{l} m_t = m_{t-1} - 0.4 m_{t-1} \\ \bar{d} = m_t - m_{t-1}\frac{1}{(1+n)(1+\pi_t)} \end{array}\right\}$$

luego:

$$\pi_t = \frac{\bar{d} - m_t + m_{t-1}\frac{1}{1+n}}{m_t - \bar{d}}$$

se obtienen los siguientes resultados:

	Ratio M/PIB (m)	Tasa Inflación
0	0.6	13.12%
1	0.55	25.82%
2	0.44	47.38%
3	0.25	149.27%

Los saldos reales están cayendo por lo que el impuesto inflacionario es superior al señoriage.

* * *

EJERCICIO 7.3

a)

$$\frac{M}{P} = ce^{-a\pi^e}$$

$$\frac{\partial \pi^e}{\partial t} = b(\pi - \pi^e)$$

Tomando logaritmos en la primera ecuación y derivando respecto al tiempo:

$$S - \pi = -a\frac{d\pi^e}{dt} = -ab(\pi - \pi^e)$$

En la solución estacionaria:

$$\frac{d\pi^e}{dt} = 0, \text{ luego } \pi = \pi^e$$

Por tanto:

$$\pi^* = S$$

que de acuerdo con la solución de la sección 7.6 será estable al se $ab < 1$.

b)

$$SE = S\frac{M}{P} = Sce^{-aS}$$

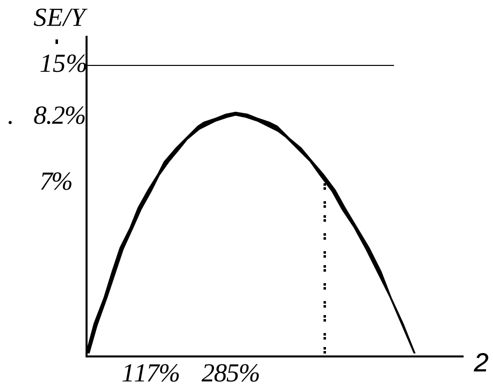
c) SE máximo en el estado estacionario viene dado por:

$$S = \frac{1}{a} = 2.85$$

que será la tasa de inflación asociada al señoriage máxino.

$$\frac{SE}{Y} = S\frac{c}{Y}e^{?aS} = \frac{1}{ae}\frac{c}{Y} = 0.0818$$

Luego el señoriage maximo ”sostenible” es de 8.2% de la renta real.
d) Si el gobierno desea un señoriage permanente del 15% del PIB se producirá una situación de hiperinflación.



$$\frac{SE}{Y} = S\frac{c}{Y}e^{?aS}$$

$$\ln Ý0.07þ \; ? \; \ln Ý0.09þ = \ln S \; ? \; 0.35S$$

$$S \; \text{p} \; 117$$

Luego, si el gobierno sesea un señoriaje permanente del 7%, lo podrá conseguir con una tasa de inflación del 117%.

* * *

EJERCICIO 7.4
El modelo es:

$$\left.\begin{array}{c} \ln Ý\frac{M}{P}þ = ?ar + \ln Y \\ r = R + \text{^}^{e} \end{array}\right\}$$

Luego:

$$\ln M \; ? \; \ln P = ?aÝR + \text{^}^{e}þ + \ln Y$$

Derivando respecto al tiempo:

$$S \; ? \; \text{^} = ?aR + a\frac{d\text{^}^{e}}{dt} + g_y$$

Pero:

$$\frac{d\text{^}^{e}}{dt} = bÝ\text{^} \; ? \; \text{^}^{e}þ$$

En el estado estacionario:

$$\text{^} = \text{^}^{e} = S + aR \; ? \; g_y$$

El ”señoriage” será:

$$SE = S\frac{M}{P} = SYe^{?ar}$$

En el estado estacionario:

$$\overset{\#}{S}E = SYe^{?aÝR+S+aR?g_y þ}$$

La tas S que proporciona el mayor señoriage:

$$\frac{/\overset{\#}{S}E}{/S} = Ye^{?aÝS+RÝ1+aþ?g_y þ}\left[1 \; ? \; Sa\right] = 0$$

$$S^{D} = \frac{1}{a}$$

Por tanto:

$$\text{^}^{D} = \frac{1}{a} + aR \; ? \; g_y$$

* * *