ECONOMETRIA I
Profesor: Alfonso Novales
Test de clase nº 1 - 7 de octubre de 2009

Pregunta 1

Las respuestas más sorprendentes están relacionadas con la segunda cuestión afirman que "*en una regresión estimada no hay ningún residuo*". Otras afirman que hay "*un solo residuo*", e incluso algunas dicen que hay exactamente "*dos residuos*", uno para la constante y otro para la pendiente, o uno para la variable X y otro para la variable Y. Estas respuestas son bastante problemáticas. En la primera cuestión, los errores mayores consisten en afirmar que es preciso conocer el coeficiente de determinación, o que se precisan los valores reales de los parámetros.

1. ¿Qué información necesita para calcular los residuos de un modelo de regresión?
   Respuesta: Los residuos de una regresión estimada se calculan: $\hat{u}_i = y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_0 x_i$, por lo que necesitamos la muestra de datos y las estimaciones de los coeficientes, únicamente
2. ¿Cuántos residuos hay en una regresión estimada?
   Respuesta: En una regresión estimada hay tantos residuos como observaciones muestrales, es decir, tantas como datos hay en la muestra. Si pensamos en cuantos *conjuntos* de residuos pueden generarse en una relación de Y sobre X, la respuesta es que tantos como estimaciones numéricas podamos asignar a los coeficientes del modelo.
3. La correlación negativa entre dos variables no permite predecir ninguna de las dos variables
   Respuesta: Tanto la correlación positiva como la negativa, si son elevadas, permiten predecir el comportamiento de una de las dos variables si tenemos información acerca de la otra. Por tanto, la correlación negativa, si es elevada, proporciona información útil. SI nos dicen que una de las dos variables está por encima de su media diremos que la otra está por debajo de su media. Si nos dicen que una variable ha tomado un valor inferior a su media, diremos que la otra está por encima de su media.
4. La ausencia de correlación entre dos variables no permite predecir ninguna de las dos variables
   Respuesta: Así es. Es interesante por cuanto que sugiere la ausencia de correlación entre ambas variables, al menos si establecemos una relación lineal entre ellas. Pero no permite utilizar una regresión lineal para predecir una de las dos variables cuando tenemos información acerca de la otra. No importa qué información nos den acerca de una de las dos variables, la predicción que daremos para la otra será su valor medio.
5. Si dos variables económicas tienen una relación causa/efecto, la variable explicativa de un modelo de regresión entre ambas será la variable causa o la variable efecto?
   Respuesta: La variable explicativa es la causa que incide sobre la variable dependiente, que es el efecto de la primera.

Pregunta 2

Para el modelo de regresión: Y = α + βX + u, escriba (sin demostración):

- la expresión del estimador de mínimos cuadrados de la pendiente β: $\hat{\beta}_1 = \frac{Cov(X,Y)}{Var(X)}$
- la expresión del estimador de mínimos cuadrados del término independiente α: $\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$
- la relación que existe entre el estimador de β y el coeficiente de correlación de X e Y:
  $$\hat{\beta}_1 = \frac{Cov(X,Y)}{Var(X)} = \frac{Cov(X,Y)}{DT(X)DT(X)} = \frac{Cov(X,Y)}{DT(X)DT(Y)}\frac{DT(Y)}{DT(X)} = r(X,Y)\frac{DT(Y)}{DT(X)}$$

Pregunta 3

Demuestre la relación que existe entre la media de (X+b) y la media muestral de X , así como entre Var(Y+b) y Var(Y)

$$Media(X+a)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i+a)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i+\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}a=\overline{x}+\frac{1}{n}na=\overline{x}+a$$

$$Var(X+a)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[(x_i+a)-Media(X+a)\right]^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[(x_i+a)-(\overline{x}+a)\right]^2=$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2=Var(X)$$

Pregunta 4

Demuestre la relación que existe entre la media de (aX) y la media muestral de X , así como entre Var(aX) y Var(X)

$$Media(aX)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}ax_i=a\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=a\overline{x}$$

$$Var(aX)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[ax_i-Media(aX)\right]^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(ax_i-a\overline{x}\right)^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}a^2(x_i-\overline{x})^2=$$

$$=a^2\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2=a^2Var(X)$$

Pregunta 5

El Banco Central Europeo quiere poner una marcha una política restrictiva, con el objetivo de reducir la tasa de inflación de la zona euro en 1 punto porcentual. Dispone de un modelo de regresión estimado para relacionar tasa de inflación con sus tipos de intervención.

- Si la pendiente estimada de dicha regresión es β = 0,5 ¿cuánto deberá variar sus tipos de interés?
- ¿Y si la pendiente estimada fuese β = 2,0?
- ¿En cuanto debería cambiar los tipos si la correlación entre inflación y tipos de interés es 0,80 y ambas variables son igualmente volátiles?

Respuesta: Si hemos estimado el modelo de regresión: $\pi_t=\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1R_t+\hat{u}_t$ entre la tasa de inflación y los tipos de interés de intervención de la política monetaria del BCE, al escribirlo en el instante t y en el instante t-1 y restar, tenemos: $\Delta\pi_t=\hat{\beta}_1\Delta R_t$, ya que el término de error no es observable, y es ignorado al hacer la predicción de la tasa de inflación. Por tanto, el modelo dice que el efecto sobre la tasa de inflación será $\hat{\beta}_1$ veces la variación que se introduzca en los tipos de interés. Como el objetivo perseguido es reducir la tasa de inflación en un 1%, si $\hat{\beta}_1=0,5$ habrá que elevar los tipos en $\Delta R_t=2\%$, mientras que si $\hat{\beta}_1=2,0$, entonces: $\Delta R_t=0,5\%$. Por último, si el coeficiente de correlación entre ambas variables es de 0,8, y ambas son igualmente volátiles, entonces [ver cuestión 2.c) arriba] tendremos: $\hat{\beta}_1=0,8$ por lo que necesitaremos una elevación de tipos de: $\Delta R_t=1,25\%$