

1.1.1.1.1. La revisión del análisis del punto muerto y del apalancamiento operativo.

1.1.1.1.1.1. El umbral de la rentabilidad empresarial.

El punto muerto (P.M.) o umbral de rentabilidad (U.R.) de la empresa es el volumen de ventas o, en su caso, la cifra de negocios para la cual la empresa no obtiene, a corto plazo, ni beneficios ni pérdidas; esto es, obtiene un resultado nulo de tal forma que si vende una unidad física, o en su caso, monetaria, por encima (debajo) de esa a la que se hace referencia más arriba, comienza a obtener beneficios (pérdidas), y viceversa.

Sirve como técnica de previsión a corto plazo, para conocer las repercusiones de las variaciones de los costes, volumen de ventas y precio sobre la rentabilidad y el beneficio de la empresa. Y se trata de un importante punto de equilibrio económico de la empresa a partir del que, en tanto que los costes fijos o de estructura ya han sido cubiertos en su totalidad, la diferencia entre los ingresos y los costes variables o directos es igual al beneficio; o, lo que es lo mismo, a partir de este punto, el margen de beneficio, margen sobre costes variables, coincide con el beneficio neto.

Para el análisis de este punto -también llamado análisis "coste-volumen-beneficio" por relacionarlos -entendiendo por volumen el volumen de ventas- se trabaja con funciones lineales por suponer que el coste variable medio o coste directo unitario es constante para cualquier nivel de producción, lo cual es admisible a corto plazo en el que el nivel de producción puede variar en un intervalo o entorno que no exija modificar las cargas de estructura, y, por otra parte, se supone que los productos terminados se venden en un mercado de competencia perfecta en el que los precios de venta vienen dados.

1.1.1.1.1.1.1. Monoproducción y monomercado.

En el caso más sencillo, cuando la empresa sólo vende un producto en un solo mercado.

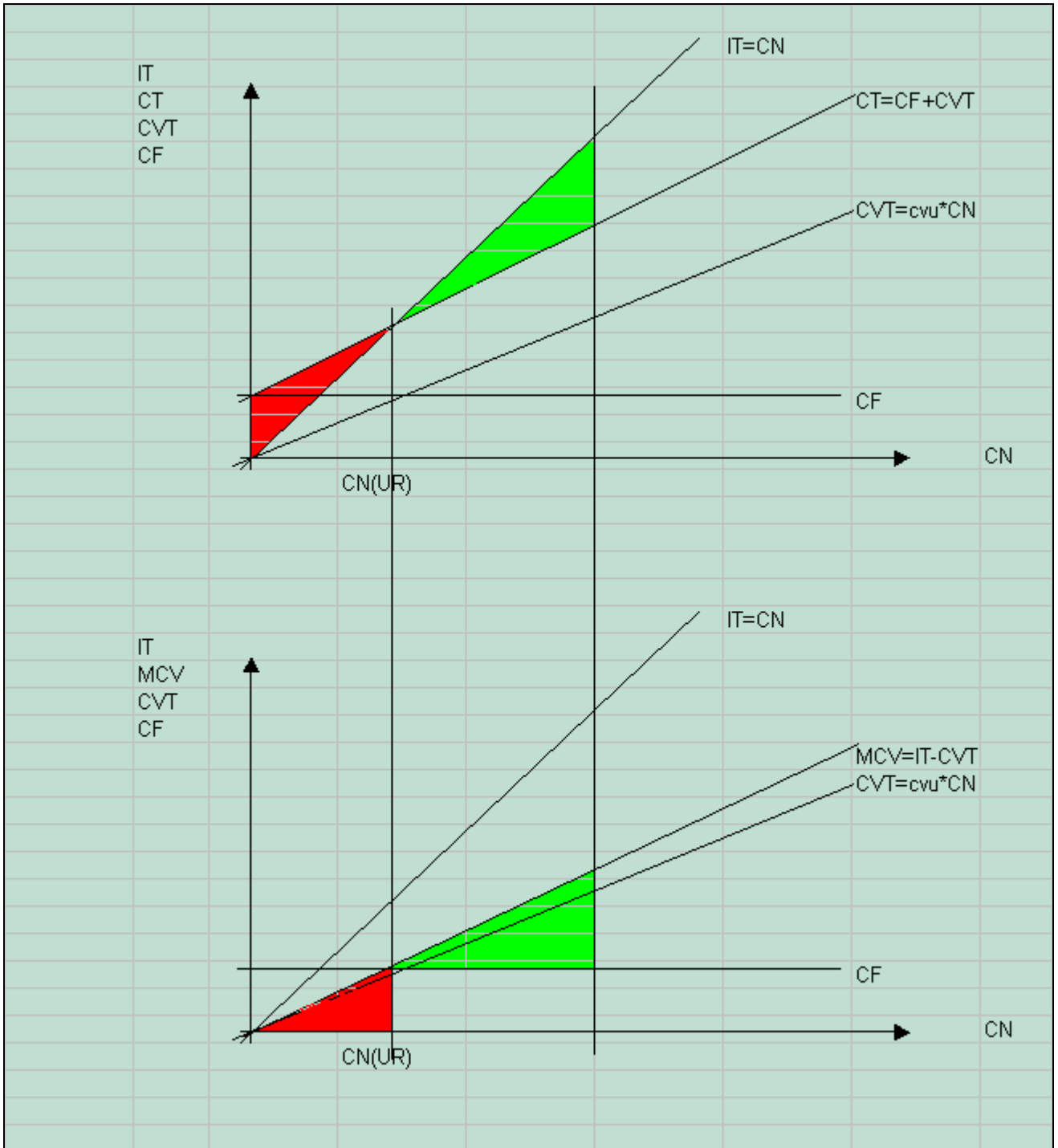


Ilustración 1

En el punto de equilibrio el resultado es nulo:

$$R(V_{UR}) = 0 \Rightarrow IT(V_{UR}) = CT(V_{UR}) \Rightarrow pv * V_{UR} = CF + cvu * V_{UR} \Rightarrow$$

$$V_{UR}(u.f.) = \frac{CF}{pv - cvu} = \frac{CF}{mv}$$

De aquí se puede llegar a conocer los días que se tarda en llegar a ese volumen de ventas desde el principio del ejercicio económico suponiendo que se conoce el volumen total de ventas de ese período y como se distribuyen las ventas a lo largo del ejercicio; lo cual es, sin duda, un importante dato para la gestión.

Para expresar el punto muerto en unidades monetarias basta multiplicar por el precio de venta y llamando CN_{UR} al punto muerto o umbral de rentabilidad:

$$\boxed{CN_{UR} = pv * V_{UR}}$$

Ahora bien, también es frecuente el cálculo del umbral de rentabilidad en unidades monetarias directamente:

$$\begin{aligned} R(CN) &= IT(CN) - CT(CN) = IT(CN) - (CF + CVT(CN)) = \\ &= IT(CN) - \left(CF + IT(CN) * \frac{CVT}{IT} \right) = \\ &= CN(CN) - \left(CF + CN(CN) * \frac{CVT}{IT} \right) = \\ &= CN(CN) - (CF + CN(CN) * tag \alpha) \end{aligned}$$

donde:

Tasa de costes variables sobre la cifra de CN negocios, que es constante, en el planteamiento de costes variables proporcionales.

Se denomina tag α . Téngase en cuenta que no se trata de "cvu" (aunque también sea constante en este planteamiento).

$$\frac{CVT}{CN} = tag \alpha = \frac{CVT}{IT} \Rightarrow cvu = \frac{CVT}{V}$$

En el umbral de rentabilidad, siendo: $CN = CN_{UR} \Rightarrow$

$$R(CN_{UR}) = CN(CN_{UR}) - [CF + CN(CN_{UR}) * \text{tag } \alpha] =$$

$$0 = CN_{UR} - [CF + CN_{UR} * \text{tag } \alpha] \Rightarrow$$

$$CN_{UR} = \frac{CF}{1 - \text{tag } \alpha} = \frac{CF}{1 - \frac{CVT}{CN}} = \frac{CF}{\frac{CN - CVT}{CN}} = \frac{CF}{\frac{MCV}{CN}} = \frac{CF}{\text{tag } \alpha} /$$

$$1 - \text{tag } \alpha = \text{tag } \alpha' = \text{tag } 45^\circ - \text{tag } \alpha \Rightarrow \alpha' = 45^\circ - \alpha$$

Se denomina $\text{tag } \alpha'$ al tanto por uno que el margen total sobre costes variables representa sobre la cifra de negocios.

Nótese que 45° es el ángulo que forma la función de ingresos en unidades monetarias con el eje de abcisas.

Si en el eje de abcisas se representa V(u.f.), la línea de ingresos no tiene porque ser la bisectriz del primer cuadrante, sino una línea que partiendo del origen, tuviera como pendiente un ángulo cuya tangente fuera "pv".

Gráficamente¹ se puede apreciar mejor el significado de $\text{tag } \alpha$ y $\text{tag } \alpha'$ toda vez que α y α' son los ángulos que forman determinadas rectas que se exponen a continuación:

¹ GARCÍA-GUTIÉRREZ FERNÁNDEZ, C. Análisis económico-financiero de la factorización de los derechos de cobro de la empresa. *Actualidad Financiera*, nº 29, Doc. 204, 18-24 julio 1988, p. 1407-1446, 40 p.

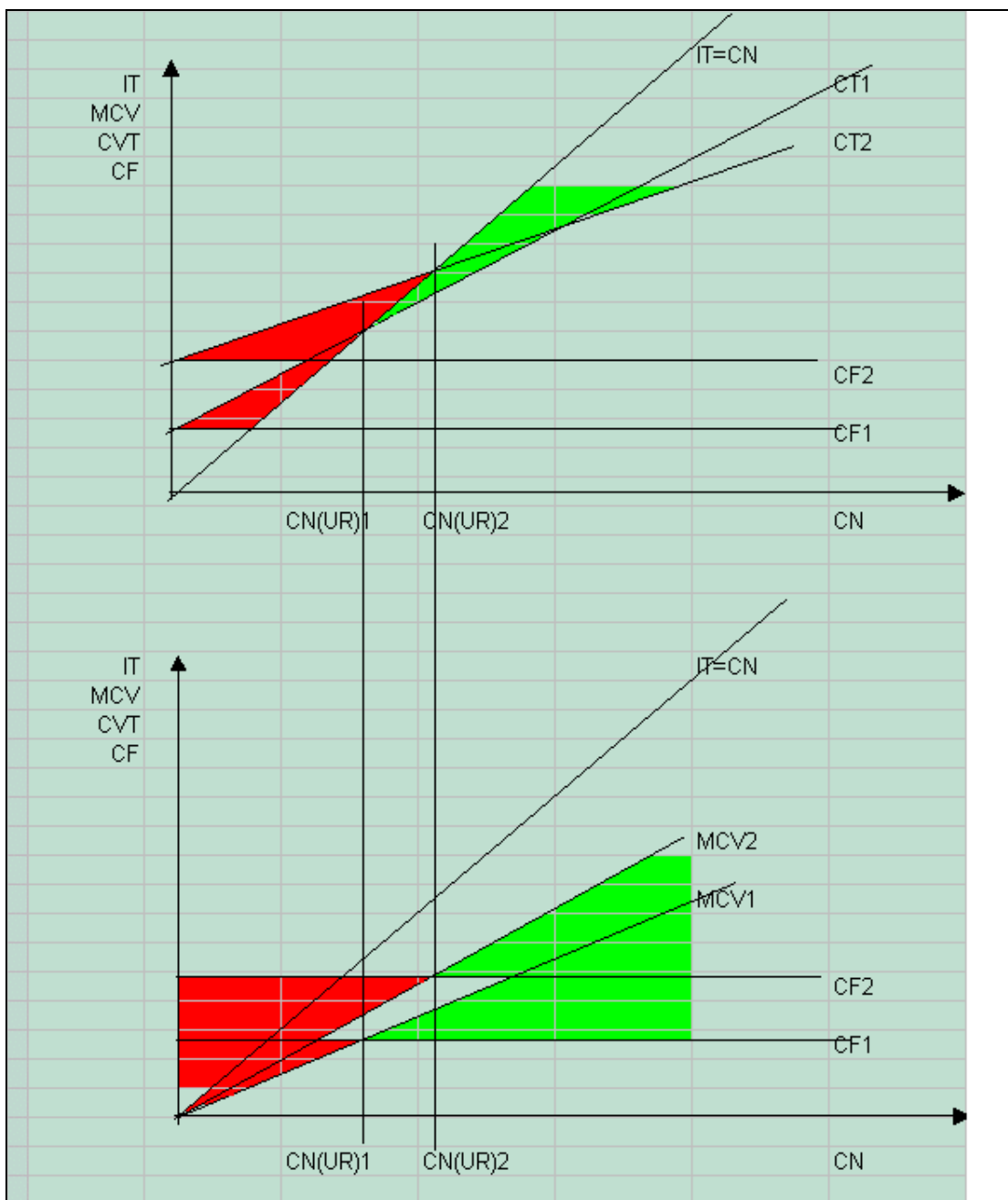


Ilustración 2

$$\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$$

$$\alpha_i = 45^\circ - \alpha_i, \quad \forall i = 1, 2, \dots / \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$$

A cada nivel de costes fijos le corresponde un coste variable unitario, tanto menor cuanto mayor es el coste fijo. Esto es así por las economías de escala, de dimensión, etcétera.

Siendo α el ángulo que forma la recta de costes variables (proporcionales) con el eje de abscisas; por tanto, α' es el ángulo que forma la recta de margen sobre costes variables con ese mismo eje.

$$CF_1 < CF_2 < CF_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{tag } \alpha_1 = \frac{CVT_1}{IT} > \text{tag } \alpha_2 = \frac{CVT_2}{IT} > \text{tag } \alpha_3 = \frac{CVT_3}{IT} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CN_{(UR)1} > CN_{(UR)2} > CN_{(UR)3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{tag } \alpha_1' < \text{tag } \alpha_2' < \text{tag } \alpha_3' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_1' < \alpha_2' < \alpha_3'$$

A la derecha de cada umbral de rentabilidad se registran los beneficios, dependiendo de la cifra de negocios.

1.1.1.1.1.1.2. Multiproducción y monomercado.

El procedimiento de cálculo del umbral de rentabilidad, directamente en unidades monetarias, es particularmente útil cuando se pretende calcular un solo dato, en el caso de que la empresa tenga una producción múltiple. Hay que tener en cuenta que además de los costes variables directos de cada producto hay costes variables indirectos para los "n" productos, y, por otra parte, también hay costes fijos comunes a grupos de productos y a todos ellos.

Utilizando la simbología de los subíndices y denominando i al producto i-ésimo que puede ser el 1, 2, ... hasta el n; esto es, suponiendo que hay "n" productos:

En el umbral de rentabilidad se da la situación de equilibrio general:

$$\boxed{\sum_{i=1}^n pv_i * V_{(UR)i} = CF + \sum_{i=1}^n CF_i + \sum_{i=1}^n cvu_i * V_{(UR)i}}$$

Ahora bien, la ecuación anterior que expresa el punto de equilibrio de toda la empresa es una ecuación con "n" incógnitas, por tanto, con infinitas soluciones:

Para que el punto muerto sea único es preciso contar con otras "n-1" ecuaciones independientes entre sí y con la anterior; ecuaciones que pueden describir las relaciones de complementariedad y/o sustitución entre los productos, las relaciones técnicas o las derivadas de la limitación que suponen algunos factores. Es frecuente en la práctica suponer que se cumple la siguiente relación comercial entre los productos:

$$\frac{1}{pv_i} = \frac{V_i}{CN_i} = \text{constante } \forall i = 1, 2, \dots, n$$

Con lo que se puede disponer con el siguiente número de ecuaciones independientes:

$$\frac{n(n-1)}{2} + 1$$

Con todo, pueden obtenerse los puntos de equilibrio de cobertura de los costes fijos propios a autónomos de cada producto a través de las fórmulas:

$$V_{(UR)_i}(u.f.) = \frac{CF_i}{pv_i - cvu_i} = \frac{CF_i}{mu_i}; \text{ con } i = 1, 2, \dots, n$$

Expresiones que son formalmente iguales a la recogida más arriba pero que no consideran, evidentemente, las cargas fijas comunes entre productos.

La consecución de la solución de equilibrio general² es a través de un programa lineal, planteado de la siguiente forma:

1. Función objetivo: Hacer mínima la cifra de negocios.

$$\text{Mín. } z = \sum_{i=1}^n pv_i V_i$$

2. Restricciones:

2.1. Una de punto de equilibrio general:

$$\sum_{i=1}^n (pv_i - cvu_i) V_i = CF + \sum_{i=1}^n CF_i$$

2.2. n condiciones mínimas de cobertura de costes fijos autónomos:

$$mu_i V_i = (pv_i - cvu_i) V_i \leq CF_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

2.3. tantas condiciones mínimas de cobertura de costes fijos comunes por grupos de dos o más productos, como situaciones de este tipo se den.

2.4. y otras condiciones que definan las relaciones de carácter financiero, técnico y/o comercial entre los "n" productos.

3. "n" condiciones de no negatividad:

² Ver IJIRI, Y. *Análisis de objetivos y control de gestión*. Madrid: ICE, 1977.

$$V_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

1.1.1.1.1.1.3. Multiproducción y multimercado.

En el caso de que la empresa venda su producción múltiple en varios -sea m- mercados, diferenciando sus precios, el problema de la determinación de la combinación de umbrales de rentabilidad en unidades físicas se complica toda vez que el número de incógnitas es sensiblemente mayor.

Así pues se trata de encontrar los valores de: $V_{(UR)ij}$

es decir, "n*m" valores que cumplen la situación de equilibrio general:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m V_{(UR)ij} p v_{ij} = CF + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m CF_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m V_{(UR)ij} c v u_{ij}$$

No siendo posible determinar, análogamente a los casos anteriores, siquiera los puntos de equilibrio correspondientes a cada producto y al mercado en este caso, o de cobertura de los costes fijos o autónomos de cada producto y mercado, ya que sería necesario conocer precisamente estos costes CF_{ij} para poder escribir:

$$V_{(UR)ij}(u.f.) = \frac{CF_{ij}}{p v_{ij} - c v u_{ij}} = \frac{CF_{ij}}{m u_{ij}}; \text{ con } i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Ya que si bien no hay problema con conocer $m u_{ij}$, no ocurre lo mismo con CF_{ij} .

El problema se agrava ya que además hay costes fijos comunes. El modo de resolverlo es determinando los umbrales de rentabilidad en unidades monetarias.

De este modo será así posible determinar:

A) Por un lado, el umbral de rentabilidad por producto de cara a la cobertura de los costes fijos o autónomos, análogamente a como se hace más arriba para el caso de monoproducción:

$$CN_{(UR)i} = \frac{CF_i}{tag \alpha_i} = \frac{CF_i}{\frac{MT_i}{CN_i}}$$

siendo:

$$CN_i = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n CN_{ij} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n V_{ij} pv_{ij} =$$

$$\begin{aligned}
 MT_i &= \sum_{j=1}^m MT_{ij} = \sum_{j=1}^m V_{ij} mu_{ij} = \sum_{j=1}^m V_{ij} (pv_{ij} - cvu_{ij}) = \\
 &= \sum_{j=1}^m (CN_{ij} - CVT_{ij}) = \sum_{j=1}^m CN_{ij} - \sum_{j=1}^m CVT_{ij}
 \end{aligned}$$

B) Por otro lado, toda vez que hay costes fijos comunes, el umbral de rentabilidad de la empresa que corresponde a la situación de equilibrio general es:

$$CN_{(UR)} = \frac{CF + \sum_{i=1}^n CF_i}{\frac{\sum_{i=1}^n CN_i}{\sum_{i=1}^n MT_i}} = \frac{CFT}{\frac{CN}{MT}}$$