

Titulación: Licenciado en Matemáticas			
Departamento: Geometría y Topología			
Nombre de asignatura: Geometría de variedades diferenciables		Código: 103303	Tipo: Optativa
Nivel 1º Ciclo	Curso 3º	Semestre 1º	Créditos ECTS: 7,5
Horas semanales: 5		Teoría: 3	Prácticas: 2
Nombre del profesor/es que imparte/n la asignatura: Javier Lafuente López			
Objetivos: <ul style="list-style-type: none"> - Recuperar para variedades abstractas, los conocimientos adquiridos el curso anterior, en el contexto de las variedades sumergidas en el espacio euclideo. - Introducir las variedades cociente en general y el cociente de una variedad por un grupo discontinuo de transformaciones - Establecer el teorema de Frobeniüs en la versión que usa campos vectoriales. - Dar una teoría elemental de grupos y álgebras de Lie, usando el Teorema de Frobeniüs para estudiar la relación entre subálgebras y subgrupos de Lie, y los espacios homogéneos, 			
Competencias o destrezas que se van a adquirir: <ul style="list-style-type: none"> - Comprender el concepto de variedad abstracta, y establecer mecanismos para la recuperación “automática” de conceptos y resultados ya establecidos en el ámbito de las variedades sumergidas. - Distinguir entre lo que depende y lo que no depende del sistema de coordenadas utilizado. - Descripción de los modelos básicos de superficies compactas, usando variedades cociente. - Distinguir entre geometría local y global. - Conocimiento de los grupos de Lie clásicos más importantes y destreza para determinar sus correspondientes álgebras de Lie - Destreza en el cálculo tensorial, y el cálculo exterior.. 			
Prerrequisitos para cursar la asignatura: <ul style="list-style-type: none"> - Análisis real en varias variables - Geometría y álgebra lineal. - Topología general. - Variedades en el espacio euclideo. 			

Contenido:

- 1. Variedades diferenciables. Nociones básicas.** *Variedades euclideas:* Ecuaciones locales paramétricas e implícitas. *Variedades diferenciables:* Cartas. Compatibilidad de cartas. Atlas. Estructura diferenciable. Topología de una variedad diferenciable. *Aplicaciones diferenciables:* El anillo de funciones. Funciones meseta. Paracompacidad. Particiones diferenciables.
- 2. El espacio tangente y la diferencial de una función.** *Espacio tangente:* Vectores tangentes como derivadas direccionales y como vectores velocidad. Expresión en coordenadas locales. *Diferencial de una función:* Regla de la cadena. Teorema de la función inversa. Inmersiones y submersiones
- 3. Construcción de variedades.** *Subvariedades:* Inmersiones e incrustamientos. Cartas adaptadas. Subvariedades regulares. *Producto de variedades:* Definición. Estructura diferenciable del producto. *Variedades cociente:* Submersiones. Fibras de una submersión. Variedades cociente. Grupos discontinuos de transformaciones. La variedad cociente de las órbitas. Recubridores
- 4. Campos Vectoriales.** *Nociones básicas:* Definición como secciones del fibrado tangente. Definición como derivaciones. *La derivada de Lie:* La estructura de álgebra de Lie de los campos de vectores. Cálculos en coordenadas. Campos relacionados por una aplicación diferenciable. *Sistemas dinámicos:* Flujos locales. Integral general. Flujos de campos relacionados. Interpretación geométrica del corchete de Lie.
- 5. Teorema de Frobenius y Grupos de Lie.** *Nociones básicas:* Distribuciones. Hojas integrales de una distribución. Distribuciones involutivas. Teorema de Frobenius. *Nociones sobre grupos de Lie:* Algebra de Lie de un grupo de Lie. La aplicación exponencial. Subgrupos de un grupo de Lie. Los grupos clásicos. Distribución inducida por una subálgebra de Lie. Subgrupos y subálgebras de Lie. Cociente de un grupo de Lie por un subgrupo cerrado: Espacios homogéneos.
- 6. Campos Tensoriales.** *Formas multilineales:* Diferencial de una función real. Espacio cotangente. Formas lineales. Producto tensorial de formas lineales. Formas multilineales. Pullback. Derivada de Lie. Métricas (semi-)Riemannianas. *Álgebra tensorial:* Tensores y campos tensoriales. Producto tensorial. Derivada de Lie. Contracciones. Cálculos en coordenadas.
- 7. Formas diferenciales. Cálculo exterior.** *Álgebra exterior:* Formas diferenciales. Producto exterior. *Calculo de Cartan:* Producto interior y derivada de Lie. La diferencial exterior. Identidades notables. *Nociones sobre la Cohomología de De Rham:* Formas cerradas y exactas. Los Grupos cohomología de Rham. Números de Betti e invariancia por difeomorfismos. *Teoría de integración en variedades:* Formas de volumen y orientación. Teoría de integración y recuerdos del Teorema de Stokes. Aplicaciones.

Bibliografía básica recomendada:

JAVIER LAFUENTE. *Cálculo en Variedades*. Publicación interna del Departamento de Geometría y Topología. (2008)

F.W. WARNER, *Foundations of differentiable manifolds and Lie Groups*. Springer-Verlag (1971).

R. ABRAHAM. J.E. MARSDEN. *Foundations of Mechanics* (Part. I) The Benjamín/cummings publishing company Inc. (1978).

F: BRICKELL AND R.S. CLARK. *Differentiable Manifolds an introduction*. Van Nostrand Reinhold Company London (1970).

SPIVAK. . *A comprehensive introduction to differential Geometry*. (Vol. 1). Publish or Peris Inc.(1979)

NOEL J. HICKS, *Notes on differential geometry*. Van Nostrand Reinholds (1971)

B. O`NEIL. *Semi-riemannian Geometry with applications to relativity*. (Chap 1 to 4). Academic Press, 1983.

Método docente: Las tres clases teóricas semanales son clases magistrales, que se imparten siguiendo el Manual del Curso (primera referencia bibliográfica)
Cada semana se entregará una lista de problemas. El alumno podrá elegir cada semana un problema de la lista, para entregar, con el compromiso implícito de salir a resolverlo a la pizarra en la clase de prácticas, si así se le pide.

Tipo de evaluación: (exámenes/trabajos/evaluación continua):

Se realizará un examen final con una parte teórica y otra práctica.

La Nota Final F, se obtiene como máximo entre la nota del examen E, y la nota ponderada $0,6xC + 0,4xE$ si la nota del examen supera al 3. Es decir

$$F = \text{MÁXIMO} (0,6xC + 0,4xE, E) \text{ si } E > 3$$

donde la nota de Curso C corresponde a la calificación de catorce problemas.

Idioma en que se imparte: Español

Más información: El profesor dispone de una página web dedicada íntegramente a la docencia. En ella se pueden consultar

- El manual del curso
- Las hojas de problemas propuestos
- Soluciones proporcionadas por los propios alumnos de algunos ejercicios.
- Modelos de examen.
- Evolución de la Nota de Curso a lo largo del periodo de clases.

Madrid, 14 de junio de 2010
El Profesor:

Aprobado el 17 de junio de 2010
por el Consejo de Departamento.
El Director del Departamento:

Fdo.: Javier Lafuente López

Fdo.: Jesús M. Ruiz