

**INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN**

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

**Calificación total máxima:** 10 puntos.

**Tiempo:** Hora y media.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1. Calificación máxima:** 3 puntos.

a) (1 punto) Calcular los límites:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{4 + e^{-(x+1)}} \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{4 + e^{-(x+1)}}.$$

b) (1 punto) Calcular la integral  $\int_0^1 \frac{x}{1 + 3x^2} dx$ .

c) (1 punto) Hallar el dominio de definición de la función  $f(x) = \sqrt{x^2 - 9x + 14}$ . Hallar el conjunto de puntos en los que la función  $f$  tiene derivada.

**Ejercicio 2. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dados los planos

$$\pi_1 \equiv 2x + 3y + z - 1 = 0, \quad \pi_2 \equiv 2x + y - 3z - 1 = 0,$$

y la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = y+1 = \frac{z+2}{2},$$

se pide:

- (1 punto) El punto o puntos de  $r$  que equidistan de  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .
- (1 punto) El volumen del tetraedro que  $\pi_1$  forma con los planos coordenados  $XY$ ,  $XZ$  e  $YZ$ .
- (1 punto) La proyección ortogonal de  $r$  sobre el plano  $\pi_2$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima:** 2 puntos.

Calcular el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & a \\ 2 & 0 & -a \\ a+2 & 0 & a \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro  $a$ .

**Ejercicio 4. Calificación máxima:** 2 puntos.

Dada la matriz

$$M = \begin{pmatrix} \operatorname{sen} x & \operatorname{cos} x & 0 \\ \operatorname{cos} x & -\operatorname{sen} x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

se pide:

- (0,5 puntos) Calcular el determinante de la matriz  $M$ .
- (1 punto) Hallar la matriz  $M^2$ .
- (0,5 puntos) Hallar la matriz  $M^{25}$ .

## OPCIÓN B

**Ejercicio 1. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dado el punto  $P(0, 1, 1)$  y las rectas:

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}, \quad s \equiv \begin{cases} x = 0, \\ y = 0, \end{cases}$$

se pide:

- (1'5 puntos) Determinar las coordenadas del punto simétrico de  $P$  respecto a  $r$ .
- (1'5 puntos) Determinar la recta que pasa por el punto  $P$ , tiene dirección perpendicular a la recta  $r$  y corta a la recta  $s$ .

**Ejercicio 2. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 2x + 4y & = 4k, \\ -k^3x + k^2y + kz & = 0, \\ x + ky & = k^2, \end{cases}$$

se pide:

- (2 puntos) Discutirlo en función del valor del parámetro  $k$ .
- (0'5 puntos) Resolver el sistema para  $k = 1$ .
- (0'5 puntos) Resolver el sistema para  $k = 2$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima:** 2 puntos.

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} e^{1/x}, & \text{si } x < 0, \\ k, & \text{si } x = 0, \\ \frac{\cos x - 1}{\operatorname{sen} x}, & \text{si } x > 0, \end{cases}$$

hallar el valor de  $k$  para que  $f$  sea continua en  $x = 0$ . Justificar la respuesta.

**Ejercicio 4. Calificación máxima:** 2 puntos.

- (1 punto) Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de  $f(x) = -\operatorname{sen} x$  y el eje  $OX$  entre las abscisas  $x = 0$  y  $x = 2\pi$ .
- (1 punto) Hallar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al hacer girar la gráfica de  $f(x) = -\operatorname{sen} x$  alrededor del eje  $OX$  entre las abscisas  $x = 0$  y  $x = 2\pi$ .

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

---

OPCIÓN A

**Ejercicio 1.**

- a) Por el cálculo de cada límite 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- c) Dominio de definición de la función, 0,5 puntos. Conjunto de puntos donde la función es derivable, 0,5 puntos. Nota: tiene que quedar claro que en un caso se incluyen los extremos del intervalo y en el otro no; en caso contrario, no puntuar con más de 0,5 puntos todo el apartado c).

**Ejercicio 2.**

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 3.** Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

**Ejercicio 4.**

- a) Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- c) Resolución, 0,5 puntos.

OPCIÓN B

**Ejercicio 1.**

- a) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.
- b) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

**Ejercicio 2.**

- a) Obtención de los valores críticos ( $k = 0$ ), ( $k = 2$ ), 0,5 puntos, repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos. Por la discusión de cada uno de los tres casos ( $k = 0$ ), ( $k = 2$ ) y ( $k \neq 0, k \neq 2$ ), 0,5 puntos por caso, repartidos en Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
- b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
- c) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

**Ejercicio 3.** Por cada límite lateral 0,75 puntos repartidos en Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,5 puntos. Por la justificación completa de la respuesta 0,5 puntos.

**Ejercicio 4.**

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.